

ANÁLISE ECONÓMICA • 27

Fernando del Río

Departamento de Fundamentos de Análise Económica
Facultade de CC. Económicas e Empresariais
Universidade de Santiago de Compostela

**PROGRESO TÉCNICO INCORPORADO EN UN MODELO
DE INNOVACIÓN HORIZONTAL**

CONSELLOS EDITOR:

XOQUÍN ALVAREZ CORBACHO

Dpto. Economía Aplicada.

MANUEL ANTELO SUAREZ

Dpto. Fundamentos do Análise Económica.

JUAN J. ARES FERNÁNDEZ

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

XESÚS LEOPOLDO BALBOA LÓPEZ

Dpto. Historia Contemporánea e América.

XOSÉ MANUEL BEIRAS TORRADO

Dpto. Economía Aplicada.

JOAM CARMONA BADÍA

Dpto. Historia e Institucións Económicas.

LUIS CASTAÑÓN LLAMAS

Dpto. Economía Aplicada.

MELCHOR FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

MANUEL FERNÁNDEZ GRELA

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

XOQUÍN FERNÁNDEZ LEICEAGA

Dpto. Economía Aplicada.

LOURENZO FERNÁNDEZ PRIETO

Dpto. Historia Contemporánea e América.

CARLOS FERRÁS SEXTO

Dpto. Xeografía.

IGNACIO GARCÍA JURADO

Dpto. Estatística e Investigación Operativa.

Mª DO CARMO GARCÍA NEGRO

Dpto. Economía Aplicada.

XESÚS GIRÁLDEZ RIVERO

Dpto. Historia Económica.

WENCESLAO GONZÁLEZ MANTEIGA

Dpto. Estatística e Investigación Operativa.

MANUEL JORDÁN RODRÍGUEZ

Dpto. Economía Aplicada.

RUBÉN C. LOIS GONZÁLEZ

Dpto. Xeografía e Historia.

EDELMIRO LÓPEZ IGLESIAS

Dpto. Economía Aplicada.

XOSÉ ANTÓN LÓPEZ TABOADA

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

ALBERTO MEIXIDE VECINO

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

EMILIO PÉREZ TOURIÑO

Dpto. Economía Aplicada.

MIGUEL POUSA HERNÁNDEZ

Dpto. de Economía Aplicada.

CARLOS RICOY RIEGO

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

JOSÉ Mª DA ROCHA ALVAREZ

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

ROMÁN RODRÍGUEZ GONZÁLEZ

Dpto. Xeografía.

XAVIER ROJO SÁNCHEZ

Dpto. Economía Aplicada.

XOSÉ SANTOS SOLLA

Dpto. Xeografía e Historia.

FRANCISCO SINEIRO GARCÍA

Dpto. Economía Aplicada.

COORDENADORES DA EDICIÓN:

-Área de Análise Económica

Juan J. Ares Fernandez

-Área de Economía Aplicada

Manuel Jordán Rodríguez

-Área de Xeografía

Rubén C. Lois González

-Área de Historia

Lorenzo Fernández Prieto

ENTIDAD ES COLABORADORES

Fundación Caixa Galicia

Consello Económico e Social de Galicia

Fundación Feiraco

Instituto de Estudos Económico de

Galicia Pedro Barrié de la Maza

Caixanova

Edita: Servicio de Publicación da Universidade de Santiago de Compostela

ISSN: 1138 - 0713

D.L.G.: C-1689-2003

Progreso técnico incorporado en un modelo de innovación horizontal¹

Fernando del Río²

29 de septiembre de 2003

¹Agradezco a Omar Licandro y Raouf Boucekkine sus comentarios a primeras versiones de este trabajo. Por supuesto, todo posible error es de mi exclusiva responsabilidad.

²Universidade de Santiago de Compostela. Facultade de CC. Económicas e Empresariais. Avenida Xoan XXIII s/n. Santiago de Compostela. E-mail: aedelrio@usc.es.

Resumen

En este artículo desarrollo un modelo de progreso técnico endógeno e incorporado en el capital. El precio relativo de los bienes de capital es decreciente. Las complementariedades estratégicas causadas por la incorporación del progreso técnico pueden dar lugar a múltiples equilibrios y “threshold effects”. Adicionalmente, la estructura “vintage” del modelo permite explicar algunos hechos empíricos sobre la acumulación de capital al nivel de la planta productiva y sobre la reasignación de empleo.

Abstract

In this paper I develop a model of endogenous technical progress which is embodied in capital. In this framework the relative price of capital is decreasing. Strategic complementarities arising from embodiment might cause multiplicity of equilibria and threshold effects might appear. The vintage structure of the model allows to explain some empirical facts on capital accumulation at the plant level and on job creation and destruction.

Palabras clave: I+D, Incorporación, Crecimiento endógeno, Múltiples equilibrios.

Keywords: R&D, Embodiment, Endogenous Growth, Multiple equilibria.

Journal of Economic Literature: E22, E32, E40.

1 Introducción

Muchos trabajos en la literatura de crecimiento endógeno han enfatizado la importancia del cambio tecnológico que surge de decisiones intencionadas de inversión en I+D, hechas por agentes que maximizan beneficios, como motor del crecimiento económico. Pioneros en esta línea han sido los modelos de Romer (1987, 1990), Segerstrom, Anant y Dinopoulos (1990), Grossman y Helpman (1991) y Aghion y Howitt (1992). En estos modelos las actividades de I+D expanden la variedad de bienes o mejoran su calidad. En el primer caso, son frecuentemente denominados modelos de diferenciación horizontal y, en el segundo, modelos de diferenciación vertical.

Los modelos de diferenciación horizontal han sido introducidos en la moderna teoría del crecimiento endógeno por Romer (1986).¹ En ellos, las ganancias de productividad provienen de distribuirse el capital sobre una mayor variedad de bienes. Esta modelización pretende expresar la vieja idea de la presencia en la producción de rendimientos crecientes debidos a la especialización del trabajo a través de una variedad creciente de actividades.² Como el propio Romer (1987) señala: "The idea that specialization could lead to increasing returns is as old as economics as a discipline". Los primeros modelos de diferenciación vertical generando crecimiento endógeno fueron desarrollados por Sergerstom, Anant y Dinopoulos (1990), Grossman y Helpman (1991) y Aghion y Howitt (1992). En estos modelos, el crecimiento sostenido surge de una sucesión de mejoras de la calidad de los productos, las cuales vuelven obsoletos los viejos productos de menor calidad. A pesar de sus diferencias, las predicciones de los modelos de diferenciación horizontal y de diferenciación vertical sobre los determinantes del crecimiento a largo plazo son muy similares.

Gordon (1990) ha documentado que el precio relativo de los bienes de equipo en los EUA ha descendido a una tasa anual media superior al 3 por ciento. Simultáneamente, el ratio de bienes de equipo sobre PNB se ha incrementado sustancialmente. Greenwood, Hercowitz y Krusell (1997) usan la tasa de descenso del precio relativo de los bienes de capital como una proxy del progreso técnico incorporado y, comparado al residuo de Solow, hallan que el progreso técnico incorporado explica cerca del 60 por ciento del crecimiento de la producción en los EUA durante el periodo 1954-1990. Previamente Hulten (1992) usando también el índice de precios de Gordon para los bienes de equipo halló que el progreso técnico incorporado explicaba aproximadamente el 20% del crecimiento de la producción en los EUA durante el periodo 1949-1983. Sin embargo, como señalaron Greenwood, Hercowitz and Krusell (1997), cambiando la ponderación del equipo en el análisis de Hulten y prescindiendo del ajuste del output por la calidad de la

inversión, sus números aumentan del 20% to 66%. Después de estos trabajos está hoy fuera de toda duda la importancia del progreso técnico incorporado en el proceso de crecimiento económico.

Los modelos de crecimiento endógeno citados en el primer párrafo de esta introducción tratan todos el progreso técnico como desincorporado. Consecuentemente, estos modelos no pueden explicar el sostenido descenso del precio relativo de los bienes de capital acompañado por el sostenido aumento del ratio capital-output. Pocos han sido hasta el momento los modelos de crecimiento endógeno tratando el progreso técnico como incorporado. Una pionera y brillante excepción ha sido el modelo de "Learning by Doing" debido a Arrow (1962). Recientemente, Boucekkine, del Río y Licandro (2003) han elaborado un modelo de crecimiento endógeno con progreso técnico incorporado y desincorporado basados ambos en el "Learning by Doing" que produce como casos parimétricos particulares el modelo de Arrow (1962) y el modelo de Romer (1987). En este marco Boucekkine, del Río y Licandro (2003) muestran como una mayor capacidad de aprendizaje en el sector de bienes de capital produce una caída permanente de la tasa de crecimiento del factor total de la productividad. Hasta la fecha sólo dos modelos de crecimiento endógeno basados en la innovación han tratado el progreso técnico como incorporado en los bienes de capital. Krusell (1998) y Boucekkine, del Río y Licandro (2002) han construido sendos modelos de diferenciación vertical que explican el descenso observado del precio relativo de los bienes de capital y el aumento tendencial del ratio capital-output. Krusell (1998) desarrolla un modelo de dos sectores en el cual el progreso técnico endógeno es específico al sector de bienes de capital. Boucekkine, del Río y Licandro (2002) introducen en el modelo de generaciones de capital de Solow (1960) mejoras endógenas de calidad de los bienes de capital siguiendo una aproximación schumpeteriana.³ Los resultados de estos modelos de diferenciación vertical pueden inducir a pensar que los modelos de diferenciación vertical se revelan superiores a los modelos de diferenciación horizontal, ya que los primeros tienen capacidad para explicar el sostenido descenso del precio relativo de los bienes de capital y el simultáneo aumento del ratio capital-output. Sin embargo, esta posible impresión es errónea. En este trabajo desarrollamos un modelo de diferenciación horizontal el cual predice que la tasa de descenso del precio relativo de los bienes de capital es proporcional, a largo plazo, a la tasa de crecimiento de la producción, y la tasa de crecimiento del ratio capital-output también guarda esta misma proporcionalidad con la tasa de crecimiento. De hecho, las predicciones del modelo son similares a las derivadas del modelo schumpeteriano de diferenciación vertical construido por Boucekkine, del Río y Licandro (2002).

En este trabajo desarrollamos un modelo de generaciones de capital sim-

ilar al de Solow (1960). La diferencia con la modelización de Solow es que en nuestro modelo la tasa de progreso técnico no es supuesta exógena, sino que está determinada por la cantidad de recursos dedicados a actividades de I+D que expanden la variedad de bienes de capital disponibles. Como Solow (1963) explica, su modelo de generaciones de capital pretende reflejar su creencia de que el progreso técnico implica la construcción de nuevas plantas productivas, con nuevos tipos de bienes de capital. Las empresas gestionarán una, varias o muchas de estas plantas. Estas nuevas plantas son más productivas porque son construidas empleando más y/o mejores bienes de capital. La aparición de nuevas plantas más productivas no implica generalmente la desaparición, al menos inmediata, de las más antiguas. En un mismo instante del tiempo conviven plantas utilizando tecnologías diferentes. En nuestro modelo una planta es una combinación de bienes de capital. El número de bienes de capital usados por una planta construida en el periodo z está limitado por el número de bienes de capital disponibles (que han sido inventados) en el momento de su construcción. Comprando todos los bienes de capital disponibles en el periodo de su construcción la planta se sitúa en la frontera tecnológica. Ya que existen rendimientos crecientes debidos a la especialización, las plantas que usan un número mayor de bienes de capital son más productivas. Y ya que el número de bienes de capital es creciente en el tiempo las plantas más nuevas son más productivas. Así, las plantas más viejas están sujetas a depreciación económica como consecuencia de su pérdida relativa de productividad. La inversión en nuestro modelo consiste en la compra de bienes de capital que son usados en la construcción de una planta. Sólo las nuevas plantas son más productivas al estar distribuida la inversión sobre un número mayor de bienes de capital. Por lo tanto, el progreso técnico es incorporado.

Varios hechos empíricos soportan la estructura generacional del modelo. Cooley, Greenwood y Yorukoglu (1997) presentan las dos siguientes observaciones sobre la acumulación de capital en la economía de los EUA.⁴ En primer lugar, Doms y Dunne (1994) han documentado que la inversión al nivel de la planta no ocurre de forma continua sino infrecuentemente y en "bursts". Estos autores hallan que si la atención es restringida a las 13.000 plantas que permanecieron en su muestra a lo largo de los 17 años de su duración entonces el 25% de la inversión de las plantas se concentró en un único año y alrededor del 50% se concentró en los tres primeros años. En segundo lugar, empleo e inversión están relacionados. Las empresas que usan las más nuevas tecnologías tienen más empleados. Davis, Haltiwanger y Schuh (1996) hallan que el empleo en el nivel de la planta es una función de su edad, el empleo crece durante los cinco primeros años de vida de la planta y decrece a continuación. La gran magnitud de los flujos de creación y destrucción de empleo,

documentada por Davis y Haltinwanger (1990, 1992) y Davis, Haltinwanger y Schuh (1996), así como la evidencia de importantes irreversibilidades en la inversión al nivel de la planta referida por Caballero, Engel y Haltinwanger (1995) concuerdan también con la estructura generacional del modelo.

Muchos modelos han mostrado la posibilidad de múltiples equilibrios.⁵ Los modelos con múltiples equilibrios son de potencial interés para la comprensión de las fluctuaciones macroeconómicas y el crecimiento. Sin embargo, como Evans *et al.* (1998) señalan, muchos de los modelos generando múltiples equilibrios se sustentan en hipótesis implausibles. Estos autores muestran que competencia monopolística y complementariedad entre diferentes tipos de bienes de capital es todo lo que se necesita para generar múltiples equilibrios.⁶ En el presente trabajo, proponemos una hipótesis alternativa, complementaria, e igualmente plausible, al supuesto de complementariedad realizado por Evans *et al.* (1998): la hipótesis de incorporación del progreso técnico. Este supuesto es el responsable de la existencia de importantes complementariedades estratégicas entre las decisiones de inversión y las actividades de I+D, las cuales pueden dar lugar a múltiples equilibrios. La complementariedad estratégica entre inversión e innovación radica en que la incorporación del progreso técnico implica que la rentabilidad de la innovación depende positivamente de la inversión, y no del stock de capital como en los modelos en los cuales el progreso técnico es supuesto desincorporado. Al depender la rentabilidad de innovar de la inversión entonces un incremento de ésta última aumenta los incentivos a innovar y consecuentemente las tasas de progreso técnico y crecimiento aumentan. Sin embargo, al aumentar la tasa de crecimiento esto implica unas mayores necesidades de reemplazamiento del capital y la inversión aumenta. Por lo tanto, las decisiones de I+D dependen crucialmente sobre las expectativas que los innovadores tengan sobre la inversión. Si los innovadores creen que la inversión será alta entonces invertirán muchos recursos en I+D y la tasa de progreso técnico y crecimiento será alta. Si por el contrario, los innovadores creen que la inversión será baja entonces invertirán pocos recursos en I+D y la tasa de progreso técnico y crecimientos será baja.

La multiplicidad de equilibrios sugiere que la coordinación de expectativas podría ser crucial en el proceso de crecimiento a largo plazo. Además, como veremos, estos equilibrios tienen propiedades de estática comparativa completamente opuestas, con lo cual el saber si estamos en uno u otro equilibrio es trascendental a la hora de conocer las implicaciones de políticas económicas tales como una subvención a la investigación o a la acumulación de capital, o una expansión de la escala de la economía.

Este trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 describimos la economía. La sección 3 describe la senda de crecimiento equilibrado y pro-

senta la posibilidad de existencia de tres sendas de crecimiento equilibrado (dos con tasas de crecimiento estrictamente positivas y una con tasa de crecimiento cero) para un rango intermedio de escalas de la economía. La sección 4 concluye. Para los apéndices son dejados algunos detalles matemáticos.

2 La economía

En la economía se produce un único bien final que puede ser dedicado a consumo o a inversión. La empresa representativa de este sector produce en condiciones competitivas y distribuye su producción en un continuo de plantas productivas caracterizadas por su edad. La producción en el periodo t de la planta construida en z , $y(z, t)$, es una función del trabajo empleado en el periodo t en esa planta, $l(z, t)$, y de un continuo de bienes de capital,

$$y(z, t) = Bl(z, t)^\alpha \int_0^{N(z)} k_j(z, t)^{1-\alpha} dj, \quad (1)$$

donde B y α son constantes positivas, $0 < \alpha < 1$, $k_j(z, t)$ es la cantidad del bien de capital de tipo j empleada en el periodo t por la planta contruida en z , $j \in [0, N(z)]$. Todos los tipos de bienes de capital están sujetos a la misma tasa de depreciación física constante, $0 \leq \delta < 1$. Así $k_j(z, t) = k_j(z, z) e^{-\delta(t-z)}$ para todo j , donde $k_j(z, z)$ es la cantidad comprada del bien de capital de tipo i en el periodo z por la planta construida en el periodo z .

La producción agregada, $Y(t)$, es la suma de la producción de todas las plantas existentes en el periodo t ,

$$Y(t) = \int_{-\infty}^t Bl(z, t)^\alpha \int_0^{N(z)} k_j(z, t)^{1-\alpha} dj dz. \quad (2)$$

Esta es una función de generaciones de capital similar a la propuesta por Solow (1960). Debido a las características de la función de producción nunca es óptimo cerrar ninguna planta y en el periodo t están en funcionamiento todas las plantas construidas con anterioridad. La función de producción de una planta es tal que $\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\partial y}{\partial l} = \infty$. Esto implica que la empresa reduciendo el trabajo empleado en la planta puede incrementar la productividad marginal del trabajo sin límite, de forma que siempre es posible igualar la productividad marginal del trabajo al salario imperante en el mercado y la planta nunca cerrará.⁷

Los beneficios descontados de una planta construida en el periodo t son

$$\Pi(t) = \int_t^\infty [y(t, z) - w(z)l(t, z)] e^{-\int_t^z r(s)ds} dz - \int_0^{N(t)} p_{k_j}(t) k_j(t, t) dj, \quad (3)$$

donde $r(s)$ es el tipo de interés en el periodo s , $w(z)$ es el salario en el periodo z y $p_{k_j}(t)$ es el precio del bien de capital j en el periodo t . La empresa representativa escoge las compras de cada bien de capital que realiza para construir la planta y la asignación de trabajo a la planta en orden a maximizar sus beneficios sujeta a su restricción tecnológica (1) y tomando como dados $p_{k_j}(t)$, $r(s)$ y $w(z)$. Las condiciones de primer orden que caracterizan un máximo interior de $\Pi(t)$ son

$$(1 - \alpha) B k_j(t, t)^{-\alpha} \int_t^\infty e^{-\int_t^z r(s) ds - \delta(1-\alpha)(z-t)} l(t, z)^\alpha dz = p_{k_j}(t), \quad (4)$$

$$\alpha B \int_0^{N(z)} k_j(z, t)^{1-\alpha} dj l(t, z)^{\alpha-1} = w(z). \quad (5)$$

La ecuación (4) establece la demanda del j -ésimo bien de capital en el periodo t y la ecuación (5) establece la asignación óptima de trabajo en el periodo z a la planta construida en t .

Cada tipo de bien de capital j es producido por una empresa que fija precios en orden a maximizar sus beneficios tomando como dada su función inversa de demanda (4). El coste de producir $k_j(t, t)$ unidades del bien de capital j es $v_j(t) = \eta k_j(t, t)$. El comportamiento monopolístico descrito conduce a fijar un margen constante sobre el coste marginal, $p_{k_j}(t) = p_k = \eta(1 - \alpha)^{-1}$. Todas las empresas fijan un mismo precio y, ya que los bienes de capital entran de forma simétrica en la función de producción del bien final, la cantidad producida de todos los tipos también es la misma, $k_j(t, t) = k(t, t)$. Entonces, la inversión agregada es $I(t) = N(t) \eta k(t, t)$. Los beneficios en el periodo t de cada empresa de bienes de capital son idénticos,

$$\pi(t) = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{I(t)}{N(t)}, \quad (6)$$

Usando la condición de primer orden que determina la demanda de trabajo, (5), podemos establecer que el empleo agregado en todas las plantas, $L(t)$, es

$$L(t) = \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} B^{\frac{1}{1-\alpha}} w(t)^{\frac{1}{\alpha-1}} \int_\infty^t \left(\int_0^{N(z)} k_j(z, t)^{1-\alpha} dj \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} dz. \quad (7)$$

Si definimos el capital efectivo, $K(t) = \int_{-\infty}^t \left(\int_0^{N(z)} k_j(z, t)^{1-\alpha} dz \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} dz$, despejamos $l(z, t)$ en la condición de primer orden que establece la demanda de trabajo, (5), sustituimos en la expresión de la producción agregada, (2),

y tenemos en cuenta la ecuación (7), obtenemos que la producción agregada puede ser reescrita como una función del empleo agregado y el capital efectivo,

$$Y(t) = BL^\alpha K(t)^{1-\alpha}, \quad (8)$$

donde suponemos que el empleo agragado es constante, lo cual es cierto en equilibrio. Pues como veremos más adelante suponemos que la oferta de trabajo es rígida, e igual a la población, y el mercado de trabajo competitivo. Así $L(t) = L$ para todo t . Por lo tanto, las variables por trabajador son iguales a las variables per capita. Si tenemos en cuenta que en equilibrio la planta usa la misma cantidad de todos los bienes de capital disponibles en el momento de su construcción, $k_j(t, t) = \frac{I(t)}{\eta N(t)}$ para todo j , entonces el capital efectivo, $K(t)$, es la suma, ponderada por su productividad, de las inversiones superviviente en le periodo t ,

$$K(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\eta} N(z)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} I(t) e^{-\delta(t-z)} dz. \quad (9)$$

Si diferenciamos la ecuación (9) respecto al tiempo obtenemos la ley de evolución del capital efectivo,

$$\dot{K}(t) = \frac{1}{\eta} N(t)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} I(t) - \delta K(t). \quad (10)$$

La ecuación anterior establece que la evolución del capital efectivo es igual a la inversión efectiva (la inversión multiplicada por su productividad marginal) menos la depreciación física.⁸ Si ahora definimos el capital efectivo per capita sin tendencia como $k(t) = K(t) N(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{-1}$, podemos reescribir la función de producción en términos de variables per capita sin tendencia y la ley de evolución del capital efectivo per capita sin tendencia como:

$$y(t) = Bk(t)^{1-\alpha} \quad (11)$$

$$\dot{k}(t) = \frac{1}{\eta} i(t) - \left(\delta + \frac{1}{1-\alpha} g(t) \right) k(t) \quad (12)$$

donde $y(t) = Y(t) N(t)^{-1} L^{-1}$ es la producción per capita sin tendencia en el periodo t , $i(t) = I(t) N(t)^{-1} L^{-1}$ es la inversión agregada per capita sin tendencia en el periodo t y $g(t) = \dot{N}(t) N(t)^{-1}$ es la tasa de crecimiento del número de bienes de capital en el periodo t .

Las condiciones de primer orden (4) y (5) se pueden reescribir en función de variables agregadas per capita sin tendencia, tal como hemos hecho con la función de producción agregada. De (7) se sigue que

$$w(t) = \alpha B k(t)^{1-\alpha}. \quad (13)$$

Esta condición es estándar y establece que la productividad marginal del trabajo es igual al salario. Si despejamos $l(t, z)$ en (5), sustituimos en (4), a continuación sustituimos en ella (13), tenemos en cuenta que en equilibrio se verifica que $k_i(z, t) = k(z, t)$ y diferenciamos, obtenemos

$$(1 - \alpha) B \left(\frac{K(t)}{L} \right)^{-\alpha} = P_K(t) \left(r(t) + \delta - \frac{\dot{P}_K(t)}{P_K(t)} \right), \quad (14)$$

donde $P_K(t) = \eta(1 - \alpha)^{-1} N(t)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ es el precio ajustado por su calidad de los bienes de capital en t . $P_K(t)$ es la contraparte teórica del índice de precios de Gordon (1990). De la definición de $P_K(t)$ y de (10) es claro que la tasa de crecimiento de la productividad marginal de la inversión es igual a la tasa de descenso del precio ajustado por su productividad de los bienes de capital. En el apéndice I, siguiendo a Solow (1960), demostramos que el valor del capital en el periodo t , $A(t)$, es igual al capital efectivo, $K(t)$, multiplicado por $P_K(t)$, $A(t) = K(t) P_K(t)$. Ya que el capital es el único activo de la economía $A(t)$ es también el valor de mercado de los activos poseídos por el hogar representativo. La ecuación (14) establece que la productividad marginal del capital efectivo es igual a su coste de uso. Al ser el progreso técnico de carácter incorporado el coste de uso depende de la tasa de obsolescencia del capital, la cual es $-\frac{\dot{P}_K(t)}{P_K(t)}$. La ecuación (14) puede ser reescrita en términos de variables per cápita sin tendencia como:

$$\frac{(1 - \alpha)^2 B}{\eta} k(t)^{-\alpha} = r(t) + \delta + \frac{\alpha}{1 - \alpha} g(t) \quad (15)$$

Un sector de investigación competitivo realiza diseños de nuevos bienes de capital usando la tecnología $\dot{N}(t) = \varepsilon Z(t)$, donde $Z(t)$ es la cantidad de bien final dedicada a la producción de nuevos diseños de bienes de capital,⁹ $\dot{N}(t)$ es la variación en t del número de diseños y $\varepsilon > 0$ es un parámetro indicando la productividad en el sector de investigación. La condición maximizadora de los beneficios de la empresa representativa del sector de investigación establece que el precio de un diseño, $p_n(t)$, es igual a su coste marginal, $p_n(t) = \frac{1}{\varepsilon}$.

La adquisición del diseño de un nuevo bien de capital por parte de las empresas productoras de bienes de capital da la oportunidad a estas de apropiarse de una corriente de beneficios desde el momento de adquisición

del diseño. Esta corriente descontada de beneficios es el valor de un diseño,

$$V(t) = \int_t^{\infty} e^{-\int_t^z r(s) ds} \pi(z) dz. \quad (16)$$

Suponemos que hay libre entrada en el sector de bienes de capital. La condición de libre entrada establece que el coste de adquirir un diseño, $p_n(t) = \frac{1}{\varepsilon}$, es mayor o igual que su valor, $\frac{1}{\varepsilon} \geq V(t)$, condición que se verifica con igualdad si $Z(t) > 0$. Si diferenciamos la ecuación (16) obtenemos

$$\dot{V}(t) = r(t)V(t) - \pi(t).$$

Ya que el precio de un diseño es constante se sigue de la condición de libre entrada que en equilibrio $\dot{V}(t) = 0$ y por tanto, usando (6), la condición de libre entrada se puede reescribir como:

$$\frac{1}{\varepsilon} \geq V(t) = \frac{\alpha L}{(1-\alpha)r(t)} i(t), \quad (17)$$

la cual se verifica con igualdad si $Z(t) > 0$.

Es importante señalar que el rendimiento marginal de innovar depende de la inversión. Esto es importante porque es lo que explica la presencia de complementariedades estratégicas entre las decisiones de inversión y las actividades de I+D. Esta dependencia es una consecuencia de la hipótesis de incorporación del progreso técnico y no parece en los modelos de crecimiento endógeno basados en la innovación, sean de diferenciación horizontal o de diferenciación vertical, en los cuales el progreso técnico es desincorporado. En estos modelos la rentabilidad marginal de la inversión depende del stock de capital, y no de la inversión. Por lo tanto, cuando el progreso técnico es incorporado la inversión se convierte en la variable clave determinando la rentabilidad de la inversión.

La economía está habitada por un hogar representativo compuesto por L individuos dotados cada uno de ellos con una unidad de servicios de trabajo que ofrecen inelásticamente. El hogar representativo maximiza su utilidad descontada,

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C(t)) L dt, \text{ donde } U(C) = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}.$$

donde $C(t)$ es el consumo per capita. La condición de optimalidad intertemporal del problema de maximización del consumidor es estándar,

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma} (r(t) - \rho) - g(t) \quad (18)$$

donde $c(t) = C(t) N(t)^{-1}$ es el consumo per cápita sin tendencia. La condición de transversalidad es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) C(t)^{-\alpha} e^{-\rho t} = 0. \quad (19)$$

Para finalizar la descripción de la economía restan por establecer las condiciones de equilibrio en el mercado de bienes, la cual establece que el consumo más la inversión y los gastos en I+D son iguales a la producción de bien final. Teniendo en cuenta que de la función de producción de nuevos diseños se sigue que $z(t) = (\delta L)^{-1} g(t)$ donde $z(t) = Z(t) (N(t) L)^{-1}$ es la cantidad de bien final per cápita sin tendencia dedicada a la producción de nuevos diseños en el periodo t , la condición de equilibrio en el mercado de bien final expresada en términos de variables per cápita sin tendencia es

$$c(t) + i(t) + (\delta L)^{-1} g(t) = Bk(t)^{1-\alpha}. \quad (20)$$

donde $z(t) = Z(t) (N(t) L)^{-1}$ es la cantidad de bien final per cápita sin tendencia dedicada a la producción de nuevos diseños en el periodo t .

3 Sendas de crecimiento equilibrado

Definimos una senda de crecimiento equilibrado (SCE) como una senda de equilibrio a lo largo de la cual la tasa de creación de nuevos bienes de capital es constante, $g = \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}$. Además consumo, inversión, gastos en I+D y producción crecen a la misma tasa constante g . Llamamos a esta tasa, la tasa de crecimiento de la economía. En el apéndice II demostramos que las SCE son las únicas sendas de equilibrio de la economía. El tipo de interés a lo largo de una SCE es constante, $r = \sigma g + \rho$, como se desprende de la condición de optimalidad al problema del consumidor. Y de la función de producción agregada se sigue que la tasa de crecimiento equilibrado del capital efectivo $K(t)$ es $\frac{1}{1-\alpha} g$.

A lo largo de una SCE la tasa de disminución del precio relativo de los bienes de capital ajustado por su productividad y la tasa de crecimiento del ratio capital efectivo sobre producción son iguales y proporcionales a la tasa de crecimiento. El factor de proporcionalidad es igual al cociente de la participación relativa de los factores en la producción. Es decir, estas tasas son iguales a $\frac{\alpha}{1-\alpha} g$. La edad media del capital a lo largo de una SCE permanece constante y es inversamente proporcional a la tasa de crecimiento capital efectivo y a la tasa de depreciación física, $m = \left((1-\alpha)^{-1} g + \delta \right)^{-1}$.¹⁰ Otra característica de las SCE es que la distribución de empleo entre las

diferentes plantas permanece constante y el empleo en cada planta es función monótona decreciente de su edad, las plantas más nuevas emplean más trabajadores. Así, a lo largo de una SCE, el empleo en una planta de edad $t - z$ es $l(z, t) = \frac{L}{m} e^{-\left(\frac{1}{1-\alpha}g + \delta\right)(t-z)}$. La reasignación de empleo (la suma de la creación y la destrucción de empleo) a lo largo de una SCE es $2\frac{L}{m}$ y, por lo tanto, función creciente de la tasa de crecimiento. En resumen, el modelo predice que economías dedicando más recursos a la investigación, y por lo tanto con una mayor tasa de crecimiento, están caracterizadas por (a) una edad media del capital menor, (b) el empleo más concentrado en las plantas más recientes, (c) una mayor reasignación de empleo, (d) una tasa de depreciación económica mayor y (e) una tasa de decline del precio relativo de los bienes de capital y una tasa de incremento del ratio capital efectivo sobre la producción también mayores.

Las SCE están caracterizadas por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{\varepsilon} \geq \frac{\alpha L}{(1-\alpha)r} i, \text{ con igualdad si } g > 0, \quad (\text{A})$$

$$i = \eta \frac{k}{m}, \quad (\text{I})$$

$$k = \left(\frac{(1-\alpha)^2 B}{\eta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(r + \delta + \frac{\alpha}{1-\alpha} g \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (\text{K})$$

$$r = \sigma g + \rho. \quad (\text{R})$$

$$m = \frac{1}{\delta + g(1-\alpha)^{-1}} \quad (\text{M})$$

La ecuación (A) es la condición de arbitraje a lo largo de una SCE. La ecuación (I) se obtiene a partir de la ley de evolución del capital eficiente per cápita sin tendencia suponiendo que la tasa de crecimiento del mismo es cero y usando la definición de la edad media del capital. La ecuación (I) establece cual es la inversión necesaria para mantener el capital eficiente creciendo a su tasa estacionaria. La ecuación (K) determina el stock de capital per cápita sin tendencia en función de su coste de uso y se obtiene a partir de la ecuación (15). La ecuación (R) es la ecuación de Fisher mostrando como el tipo de interés depende de la tasa de crecimiento del consumo. La ecuación (M) simplemente establece que la edad media del capital es una función decreciente de la tasa de crecimiento.

El modelo presenta dos diferencias importantes con respecto a modelos previos de diferenciación horizontal en los cuales el progreso técnico es desincorporado. En primer lugar la tasa de obsolescencia, y consecuentemente la

tasa de crecimiento, aparece como determinante importante del coste de uso del capital. Si el progreso técnico es desincorporado la tasa de obsolescencia es cero. En segundo lugar, y más importantemente, la rentabilidad de innovar depende de la inversión, mientras que si el progreso técnico es desincorporado la rentabilidad de la inversión depende del stock de capital. Como ha sido señalado antes, es esta relación entre inversión e incentivos a innovar la que causa complementariedades estratégicas entre la inversión y las actividades de I+D. Y son estas complementariedades estratégicas las que pueden dar lugar a la aparición de múltiples equilibrios.¹¹ Como es bien conocido después del trabajo de Cooper y John (1988), múltiples equilibrios pueden surgir en la presencia de complementariedades estratégicas. En el presente modelo las complementariedades estratégicas entre inversión e innovación operan de la siguiente forma. Si la inversión aumenta entonces los incentivos a innovar se incrementan y consecuentemente la tasa de crecimiento aumenta. Pero, un aumento de la tasa de crecimiento expande la inversión al reducirse la edad media del capital, al aumentar las necesidades de reemplazamiento del capital. Este aumento de la inversión se traduce en un nuevo impulso de la actividad innovadora y de la tasa de crecimiento. También existen sustituibilidades estratégicas entre innovación e inversión. La primera de ellas es debida a la presencia de costes de obsolescencia en el coste de uso del capital. Al aumentar la inversión la tasa de crecimiento se acelera y la tasa de obsolescencia aumenta. Esto provoca un aumento del coste de uso del capital y el consecuente descenso de la inversión, lo cual reduce los incentivos a innovar y la tasa de crecimiento. Llamamos a esta sustituibilidad estratégica *efecto obsolescencia*. La segunda ellas opera a través del tipo de interés. Un aumento de la inversión aumenta los incentivos a innovar y la consecuentemente la tasa de crecimiento. Esto provoca un incremento del tipo de interés, lo cual desincentiva la inversión. Este descenso de la inversión se traduce en un descenso de la rentabilidad de la innovación y por tanto en una disminución de la tasa de crecimiento. Llamamos a esta sustituibilidad estratégica *efecto tipo de interés*.

La relación descrita entre inversión e innovación ha sido llamada por Boucekkine, del Rfo y Licandro (2002) *efecto modernización*. La elección de tal nombre se explica a la luz de la controversia de la incorporación que tuvo lugar en los años sesenta. En aquel entonces, los defensores de la incorporación del progreso técnico defendían que debía existir una relación entre la tasa de inversión y la tasa de crecimiento a largo plazo de la economía, al contribuir la inversión a la modernización del capital. Sin embargo, Phelps (1962) mostró en el marco de un modelo de crecimiento exógeno con progreso técnico incorporado y desincorporado que tal relación no existía. Boucekkine, del Rfo y Licandro (2002) pusieron de manifiesto que la tasa de crecimiento

está relacionada con la edad media del capital en un modelo de innovación vertical y progreso técnico incorporado. Lo mismo ocurre aquí, en un marco de innovación horizontal y progreso técnico incorporado endógeno.

Veamos ahora en que condiciones la economía presenta varias SCE y en cuales una sólo. La condición de libre entrada (A) determina los recursos dedicados a la innovación. Si primero sustituimos la ecuación (M) en (I) y la ecuación resultante en (A), después sustituimos la ecuación (R) en (A), y finalmente sustituimos (R) en (K) y la ecuación resultante en (A) obtenemos:

$$1 \geq \frac{\Gamma L \left(\frac{1}{1-\alpha} g + \varepsilon \right)}{[\sigma g + \rho] \left[\left(\sigma + \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right) g + \varepsilon + \rho \right]^{\frac{1}{\alpha}}} \equiv G(g), \quad (21)$$

con igualdad si $g > 0$ y donde $\Gamma = \frac{\alpha \eta \varepsilon}{1-\alpha} \left(\frac{(1-\alpha)^2 B}{\eta} \right)^{\frac{-1}{\alpha}}$. Los valores de $g \geq 0$ que satisfacen la condición (21) son las tasas de crecimiento equilibrado. En orden a garantizar que las tasas de crecimiento que satisfacen la condición (21) son un equilibrio de la economía debemos comprobar que satisfacen la condición de transversalidad. A lo largo de una SCE la condición de transversalidad impone que $r > g$. Suponemos que los valores de los parámetros son tales que esta condición es satisfecha. Además, en el apéndice III demostramos que si $r > g$ entonces los valores estacionarios de las variables $c(t) = \frac{C(t)}{BLN(t)}$ y $k(t) = \frac{J(t)}{N(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} L}$ son positivos para todo $g > 0$. La pendiente de $G(g)$, positiva o negativa, indica si un aumento de la tasa de crecimiento incrementa o reduce el valor de un diseño y como tal indica si las complementariedades o sustituibilidades estratégicas dominan a lo largo de una SCE. La función $G(g)$ es tal que: (i) $G(0) = \frac{\Gamma L \varepsilon}{(\rho + \delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}$, (ii) $\lim_{g \rightarrow \infty} G(g) = 0$, (iii) es creciente en L y (iv) Existe uno o ningún valor de $g > 0$ tal que $G'(g) = 0$. De las propiedades (i)-(iv) se sigue que para que las complementariedades estratégicas puedan dar lugar a varias SCE es necesario que $G'(0) > 0$. Condición necesaria y suficiente para que $G'(0) \leq 0$ es que $1 \leq \Lambda$, donde

$$\Lambda = \frac{1-\alpha}{\rho} \delta \left(\sigma + \frac{\alpha}{\alpha(\rho + \delta)} \right).$$

En este caso el modelo se comporta como un modelo estándar de innovación. La figura 1 ilustra este caso. Las propiedades (i)-(iv) implican que si $L > \frac{(\rho + \delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}{\Gamma \delta}$ existe una única SCE dominada por las sustituibilidades con tasa de crecimiento estrictamente positiva (punto C) y si $L \leq \frac{(\rho + \delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}{\Gamma \delta}$ existe una SCE con tasa de crecimiento nula (puntos A y B). A lo largo de la SCE positiva una subvención a la investigación (equivalente a desplazar la línea

horizontal de la figura 1 hacia abajo) o una subvención a la acumulación de capital (equivalente a desplazar hacia arriba la función $G(g)$ en la figura 1 aumentan la tasa de crecimiento. También la tasa de crecimiento es una función creciente de la escala de la economía, L .

La figura 2 ilustra los diferentes tipos de equilibrios que pueden surgir si $1 > \Lambda$.¹² Se sigue de (i)-(iv) que si $1 > \Lambda$ existe $\underline{L} > 0$ tal que si $L < \underline{L}$ entonces la única SCE es aquella con tasa de crecimiento nula, $g = 0$, (punto A). En este caso, la escala de la economía es demasiado pequeña y el valor de un diseño es demasiado pequeño para compensar su coste. Si $L = \underline{L}$ entonces existen dos SCE una con tasa de crecimiento cero (punto C) y otra con tasa de crecimiento positiva (punto B). En ausencia de innovación adicional el valor de un diseño es insuficiente para cubrir su coste. Sin embargo, si la actividad innovadora es sostenida, el efecto modernización incrementará el rendimiento marginal de la inversión y la demanda de bienes de capital crecida generará un flujo de beneficios suficiente para que los innovadores recuperen su coste de investigación. Por lo tanto, la tasa de crecimiento de la economía depende de si los inversores son pesimistas o optimistas respecto a las tasas de innovación futuras de la economía. Si $L \in \left(\underline{L}, \frac{(\rho+\delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}{\Gamma \delta} \right)$ entonces la función $G(g)$ corta a la línea horizontal trazada en 1 en dos puntos (E y F) y tres sendas de crecimiento equilibrado existen: en una la tasa de crecimiento será cero (punto D), en otra la tasa de crecimiento será baja y en ella dominarán las complementariedades (punto E) y en una tercera la tasa de crecimiento será alta y en ella dominarán las sustitutibilidades (punto F). De nuevo el equilibrio alcanzado dependerá de las expectativas de los inversores. Las dos SCE positivas presentan propiedades completamente opuestas de estática comparativa. Un pequeño incremento en la escala, una pequeña subvención a la investigación (equivalente a desplazar la línea horizontal en la figura 2 hacia abajo) o a la acumulación de capital (equivalente a desplazar hacia arriba la función $G(g)$ en la figura 2) incrementan la tasa de crecimiento dominada por las sustitutibilidades y reducen la tasa de crecimiento dominada por las complementariedades.¹³ La emergencia de las dos SCE positivas también genera un “threshold effect”. Cuando la curva $G(g)$ cae ligeramente por debajo de la línea horizontal en 1, medidas de política económica encaminadas a ampliar la escala de la economía, a subvencionar la investigación o la acumulación de capital podrían transformar drásticamente el conjunto de oportunidades de la economía permitiendo que la curva $G(g)$ alcance un punto de tangencia con la línea horizontal, conduciendo, dada la apropiada modificación de las expectativas, a una drástica transición del estancamiento económico al rápido crecimiento. Si $L = \frac{(\rho+\delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}{\Gamma \delta}$ entonces existen dos SCE, una con tasa de crecimiento estrictamente positiva y la otra

con tasa de crecimiento cero. Si L es suficientemente grande, $L > \frac{(\rho+\delta)^{\frac{1}{\alpha}} \rho}{\Gamma \delta}$, entonces sólo existe una senda de crecimiento equilibrado dominada por las sustituibilidades (punto H). En este caso, pequeñas intervenciones de política, tales como una pequeña subvención a la investigación o una subvención a la acumulación de capital tienen pequeños y continuos efectos positivos sobre la tasa de crecimiento equilibrado. Al igual que el modelo de Young (1993) el modelo se parece a una versión dinámica del modelo “Big Push” de Murphy, Shleifer y Vishny (1989), en el cual externalidades pecuniarias pueden generar situaciones en las cuales una empresa encuentra beneficioso llevar a cabo una inversión en tecnologías industriales avanzadas sólo cuando las otras empresas también la llevan a cabo. El modelo “Big Push” tiene también la propiedad de que para pequeños y grandes tamaños de mercado existe una única SCE.

4 Conclusiones

En este trabajo hemos desarrollado un modelo de generaciones de capital en el cual la tasa de progreso técnico es endógena, producto de actividades de I+D dedicadas a la invención de nuevos bienes de capital. En este marco, la nueva inversión es más productiva como consecuencia de estar distribuida sobre una mayor variedad de bienes de capital. Consecuentemente, el precio relativo de los bienes de capital desciende en el largo plazo de forma proporcional a la tasa de crecimiento. Esto pone de manifiesto que no solo los modelos de diferenciación vertical tienen capacidad para explicar este hecho empírico, sino también los modelos de diferenciación horizontal, en los cuales la fuente del crecimiento sostenido se halla en la existencia de rendimientos crecientes debidos a la especialización. Además, la estructura “vintage” de nuestro modelo permite explicar ciertos hechos empíricos sobre la acumulación del capital al nivel de la planta y sobre la reasignación de empleo.

La plausible hipótesis de incorporación del progreso técnico puede dar lugar a múltiples equilibrios y, por lo tanto, se revela de potencial interés para la comprensión de las fluctuaciones económicas y el crecimiento. Nosotros hemos discutido su relevancia para el proceso de crecimiento. Hemos visto que, en la presencia de multiplicidad, las sendas de crecimiento equilibrado tienen propiedades de estática comparativa totalmente opuestas y así son las implicaciones de política económica. Además, un importante “threshold effect” puede surgir. La posibilidad de múltiples equilibrios ilumina sobre la importancia de la coordinación de expectativas en la elección de un equilibrio.

Apéndice I: valoración de activos

En este apéndice seguimos a Solow (1960) para valorar el stock de capital. El valor del stock de capital es expresado en unidades de bien final. En primer lugar nótese que el rendimiento marginal descontado del bien de capital de tipo j de la generación z en el periodo t es

$$p(z, t) = (1 - \alpha) B k_j(z, z)^{-\alpha} \int_t^{\infty} l(z, u)^{\alpha} e^{-\int_t^u r(s) ds - \delta(1-\alpha)(u-z)} du,$$

Teniendo en cuenta que la cantidad empleada de los diferentes bienes de capital por la planta construida en el periodo z es la misma, el valor del stock de bienes de capital de la planta construida en el periodo z en el periodo t es

$$A(z, t) = p(z, t) k(z, z) N(z).$$

Sustituyendo la definición de $p(z, t)$ en esta última ecuación tenemos que

$$A(z, t) = (1 - \alpha) B N(z) k(z, z)^{1-\alpha} \int_t^{\infty} l(z, u)^{\alpha} e^{-\int_t^u r(s) ds - \delta(1-\alpha)(u-z)} du.$$

De la condición de primer orden del problema de maximización de beneficios de la empresa que determina la demanda de trabajo, usando que $k_j(z, u) = k(z, u)$ para todo j , se deduce que

$$l(z, u) = w(u)^{\frac{1}{\alpha-1}} (\alpha B)^{\frac{1}{1-\alpha}} N(z)^{\frac{1}{1-\alpha}} k(z, u). \quad (\text{a1.1})$$

Además como hemos deducido en el texto

$$w(u) = \alpha B \left(\frac{K(u)}{L(u)} \right)^{1-\alpha}. \quad (\text{a1.2})$$

Sustituyendo las dos ecuaciones anteriores en la ecuación que nos proporciona el valor del stock de capital de la generación z en el periodo t podemos reescribir esta última como

$$A(z, t) = (1 - \alpha) B N(z)^{\frac{1}{1-\alpha}} k(z, t) \int_t^{\infty} \left(\frac{K(u)}{L(u)} \right)^{-\alpha} e^{-\delta(u-t)} e^{-\int_t^u r(s) ds} du.$$

El valor del stock de capital agregado en el periodo t es igual a la suma del valor del capital de todas las generaciones existentes en el periodo t

$$A(t) = \int_{-\infty}^t (1 - \alpha) B N(z, t)^{\frac{1}{1-\alpha}} k(z, t) \int_t^{\infty} \left(\frac{K(u)}{L(u)} \right)^{-\alpha} e^{-\delta(u-t)} e^{-\int_t^u r(s) ds} dudt.$$

Usando ahora la definición de $K(t)$ podemos reescribir la ecuación anterior como

$$A(t) = (1 - \alpha) BK(t) \int_t^\infty \left(\frac{K(u)}{L(u)} \right)^{-\alpha} e^{-\delta(u-t)} e^{-\int_t^u r(s) ds} du. \quad (\text{a1.3})$$

Sustituyendo (22) y (22) en la condición de primer orden del problema de maximización de beneficios de la empresa del bien final (4) obtenemos que

$$(1 - \alpha) B \int_t^\infty \left(\frac{K(u)}{L(u)} \right)^{-\alpha} e^{-\varepsilon(u-t)} e^{-\int_t^u r(s) ds} du = p_k N(t)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (\text{a1.4})$$

Y sustituyendo la ecuación (22) en (22) tenemos que el valor del stock de capital en el periodo t es

$$A(t) = p_k N(t)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} K(t),$$

donde $K(t)$ es el stock de capital eficiente y

$$P_K(t) = p_k N(t)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

es el precio del capital ajustado por su productividad.

Apéndice III: positividad de c y k

Para que las soluciones positivas de (21) sean tasas de crecimiento equilibrado es necesario asegurarse que están asociadas a valores positivos de k y c . En este apéndice demostramos que para todo g positivo c y k son también positivos. A lo largo de una SCE $k(t) = k$ para todo t , $g(t) = g$ y $r(t) = r = \sigma g + \rho$ para todo t . Imponiendo esto en (15) y despejando k obtenemos que

$$k = \left(\frac{(1 - \alpha)^2 B \eta^{-1}}{\left(\sigma + \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) g + \delta + \rho} \right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Por lo tanto k es positivo para todo $g > 0$. Teniendo en cuenta que a lo largo de una SCE $c(t) = c$, $i(t) = i$, $k(t) = k$ y $n(t) = g$, si despejamos $c(t)$ en (20) tenemos que

$$c = Bk^{1-\alpha} - i - \frac{1}{\varepsilon L} g. \quad (\text{a3.1})$$

De la ley de evolución del capital efectivo per cápita sin tendencia (12) se sigue que a lo largo de una SCE

$$k = \frac{\eta^{-1}i}{\frac{1}{1-\alpha}g + \delta}. \quad (\text{a3.2})$$

Sustituyendo (a3.2) en (a3.1) tenemos que

$$c = \left(\frac{B\eta^{-1}k^{-\alpha}}{\frac{1}{1-\alpha}g + \delta} - 1 \right) i - \frac{1}{\delta L}g. \quad (\text{a3.3})$$

De la condición de libre entrada (17), usando que a lo largo de una SCE $r = \sigma g + \rho$, se sigue que

$$i = \frac{1-\alpha}{\alpha \varepsilon L} (\sigma g + \rho). \quad (\text{a3.4})$$

Sustituyendo (a3.4) en (a3.3), y usando que $\frac{B}{\eta}k^{-\alpha} = \frac{(\sigma + \frac{\rho}{1-\alpha})g + \delta + \rho}{(1-\alpha)^2}$, después de un poco de álgebra podemos expresar c como una función de la tasa de crecimiento equilibrado,

$$c = \frac{g}{\varepsilon L} \left[\left(\frac{(\sigma + \frac{\rho}{1-\alpha})g + \delta + \rho}{g + \delta(1-\alpha)} - (1-\alpha) \right) \frac{\sigma g + \rho}{\alpha g} - 1 \right]. \quad (22)$$

Si $r = \sigma g + \rho > g$ entonces

$$c > \frac{g}{\varepsilon L} \left[\left(\frac{\frac{\rho}{1-\alpha}g}{g + \delta(1-\alpha)} + \alpha \right) \frac{\sigma g + \rho}{\alpha g} - 1 \right] > \frac{g}{\varepsilon L} \left[\frac{\sigma g + \rho}{g} - 1 \right] > 0,$$

para todo $g > 0$.

1 El primer paso para la construcción de un modelo en el cual la especialización condujese a una forma de rendimientos crecientes fué dado por Either (1982).

2 Ver Young (1928) para una extensa discusión de esta idea.

3 Ver Aghion y Howitt (1998) para un exhaustivo análisis de la aproximación schumpeteriana al crecimiento endógeno.

4 Cooley, Greenwood y Yorukoglu (1997) construyen un modelo de generaciones de capital en el cual el crecimiento también es tratado como endógeno. Una versión de este modelo es desarrollada por Greenwood y Yorukoglu (1997) para explicar algunos hechos de la economía de los EUA post-1974. Sin embargo su modelización se aparta de la nuestra en varios aspectos, fundamentalmente en el hecho de que en su modelo el motor del crecimiento es el capital humano el cual entra como input en la función de producción de bienes de capital pero no en la función de producción de bienes de consumo. Como consecuencia de esto el progreso tecnológico es específico a la inversión.

5 Evans *et al.* (1998) revisan la literatura macroeconómica sobre multiplicidad de equilibrios.

6 Evans *et al.* (1998) analizan las consecuencias de la multiplicidad de equilibrios sobre las fluctuaciones económicas en un modelo de crecimiento endógeno con diferenciación horizontal. Young (1993) también desarrolla un modelo de diferenciación horizontal en el cual existe complementariedad entre las innovaciones, lo cual genera múltiples equilibrios, y analiza la implicaciones de la multiplicidad de equilibrios sobre el proceso de crecimiento.

7 En la literatura existen muchos modelos de crecimiento exógeno en los cuales este periodo es finito. Podemos citar a modo de ejemplo los trabajos de Boucekkine, Licandro y Germain (1997), Boucekkine, del Río y Licandro (1999), Caballero y Hammour (1996, 1997).

8 A diferencia de Solow (1960) la productividad marginal de la inversión es endógena. En Krusell (1998) y en Boucekkine, del Río y Licandro (2000) también es endógena.

9 Un modelo con esta hipótesis tecnológica es denominado por Rivera-Batitz y Romer (1991) "Lab Equipment Model".

10 Si definimos la edad media del capital como:

$$m(t) = \frac{\int_{-\infty}^t \frac{1}{\eta} (t-z) N(z)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} I(z) e^{-\epsilon(t-z)} dz}{J(t)}.$$

Imponiendo las restricciones sobre la evolución de las variables a lo largo de una SCE después de un poco de álgebra se obtiene la expresión dada en el texto.

11 También, como ha sido puesto de manifiesto por Boucekkine, del Río y Licandro (2002) en un modelo de diferenciación vertical, el hecho de que que

la rentabilidad de la innovación dependa de la inversión es importante para la eficiencia de subvenciones a la acumulación de capital o a la innovación. En su modelo también pueden aparecer varias SCE exactamente por los mismos motivos que los señalados aquí.

12 Λ es una función estrictamente creciente de la tasa de depreciación y tiende a cero cuando la tasa de depreciación tiende a cero. Así, siempre existe una tasa de depreciación física suficientemente cercana a cero tal que $1 > \Lambda$ se satisface.

13 Young (1993) explica este resultado, “this result is not surprising. If one raise the return to an endogenous activity in a situation in which the return to economic actors is locally decreasing in their effort level, then a return to equilibrium will require an increase in their level of activity. However, if the return to the economic actors is locally increasing in their effort level, as is the case near the complementarity steady state, then a return to equilibrium requires a paradoxical reduction in their level of activity”.

Referencias:

- Aghion P. y Howiit, P. (1992): "A Model of Growth Through Creative Destruction" *ECONOMETRICA*, 60, pp. 323-351.
- Aghion P. y Howiit, P. (1994): "Growth and Unemployment" *REVIEW OF ECONOMIC STUDIES*, 61, pp.477-494.
- Aghion P. y Howiit, P. (1998): "Endogenous Growth Theory", The MIT Press, Cambridge, Ma.
- Arrow, K. J. (1962): "The Economic implications of Learning by Doing", *REVIEW OF ECONOMIC STUDIES*, 29, pp. 155-173.
- Barro, R. J. y Sala-i-Martin, X. (1995): "Economic Growth", McGraw Hill Inc.
- Boucekkine, R., Germain, M. y Licandro, O. (1997): "Replacement Echoes in the Vintage Capital Model" *JOURNAL OF ECONOMIC THEORY*, 74(2), pp. 333-348.
- Boucekkine, R., del Rfo, F. y Licandro, O. (1999): "Endogenous Vs Exogenously Driven Fluctuations in Vintage Capital Models" *JOURNAL OF ECONOMIC THEORY* 88, pp. 161-187.
- Boucekkine, R., del Rfo, F. y Licandro, O. (2003): "Embodied Technological Change, Learning-by-doing and the Productivity Slowdown", *THE SCANDINAVIAN JOURNAL OF ECONOMICS*, 105(1), 87-97.
- Boucekkine, R., del Rfo, F. y Licandro, O. (2002): "Obsolescence and Modernization in the Growth Process", *CORE DISCUSSION PAPER* 2002/67.
- Caballero R. J., Engel E. M. R. Y Haltinwanger, J. C. (1995): "Plant-Level Adjustment Aggregate Investment Dynamics" *BROOKINGS PAPERS ON ECONOMIC ACTIVITY*, 2, pp. 1-54.
- Caballero, R. y Hammour, M. (1996): "On the Timing and Efficiency of Creative Destruction", *QUARTERLY JOURNAL OF ECONOMICS*, 111, pp. 805-851.
- Caballero, R. y Hammour, M. (1997): "Jobless Growth: Appropriability, Factor Stabilization, and Unemployment" NBER Working Paper 6221.
- Cooley T. F., Greenwood J. y Yorukoglu, M. (1997): "The replacement problem" *JOURNAL OF MONETARY ECONOMICS*, 40, pp.457-499.
- Cooper R. y John, A. (1988): "Coordinating Coordination Failures in Keynesian Models" *QUARTERLY JOURNAL OF ECONOMICS*, 103, pp. 441-463.
- Davis, S. J. Y Haltinwanger, J.C. (1990): "Gross Job Creation and Destruction: Microeconomic Evidence and Macroeconomic Implications" *NBER MACROECONOMICS ANNUAL*, 5, pp.123-168.

Davis, S. J. y Haltinwanger, J.C. (1992): "Gross Job Creation, Gros Job Destruction, and Employment Reallocation" *QUARTERLY JOURNAL OF ECONIMICS*, 107, pp. 819-864.

Davis, S. J., Haltinwanger, J. C. Y Schuh, S. (1996): "Job Creation and Destruction", MIT Press, Cambridge Ma.

Doms, M. E. y Dunne, T. (1994): "Capital Adjustment Patterns in Manufacturing Plants", CES 94-11, US Bureau of the Census.

Elther, W. J. (1982): "National and International Returns to Scale in the Modern Theory of International Trade", *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 72, pp. 389-405.

Evans, G. W., Honkapohja, S. y Romer, P. (1998): "Growth Cycles" *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 88, 3, pp. 495-515.

Gordon, R. J. (1990): "The Measurement of Durable Goods Prices", University of Chicago Press, Chicago.

Geenwood, J., Hercowitz, Z. y Krusell, P. (1997): "Lon-Run Implications of Investment-Specific Technological Change", *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 87, pp. 342-362.

Greenwood, J. y Yorukoglu, M. (1997): "1974" *CARNEGIE_ ROCHESTER CONFERENCE SERIES ON PUBLIC POLICY*, 46, pp. 49-95.

Grossman, G. M. y Helpman, E. (1991): "Innovation and Growth in the Global Economy", MIT Press, Cambridge, Ma..

Hulten, CH. R., (1992): "Growth Accounting when technical Change is Embodied in Capital", *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 82, 4, pp. 964-980.

Murphy, K. M., Shleifer, A. Y Vishny R. W. (1989): "Industrialization and the Big Push" *JOURNAL OF POLITICAL ECONOMY*, 897, pp. 1003-1026.

Krusell, P. (1998): "Investment-Specific R&D and the Decline in the Relative Price of Capital" *JOURNAL OF ECONOMIC GROWTH*, June, 3, pp.131-141.

Romer, P. M. (1986): "Increasing Returns and Long-Run Growth" *JOURNAL OF POLITICAL ECONOMY*, 94, pp. 1002-1037.

Romer, P. M. (1987): "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization" *AMERICAN ECONOMIC REVIEW AND PROCEEDINGS*, 77(2), pp. 56-72.

Romer, P. M. (1990): "Endogenous Technological Change" *JOURNAL OF POLITICAL ECONOMY*, 98, 5, part II, S71-S102.

Rivera-Batiz, L. y Romer, P. (1991): "International trade with Endogenous Technological Change", *EUROPEAN ECONOMIC REVIEW*? 35, pp. 971-1004.

Segerstrom, P., Anant, T. Y Dinopoulos, E. (1990): "A Schumpeterian Model of the Product Life Cycle" *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 80, pp. 1077-1092.

Solow, R. M. (1960): "Investment and Technological Progress" en Kenneth J. Arrow, Samuel Karlin y Patrick Suppes, eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences 1959*, Stanford CA, Stanford University Press, pp. 89-104.

Solow, R. M. (1963): "Capital Theory and the Rate of Return", North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Young, A. A. (1928): "Increasing Returns and Economic Process" *THE ECONOMIC JOURNAL*, 152, pp. 527-542.

Young, A. (1993): "Substitution and Complementarity in Endogenous Innovation" *QUARTERLY JOURNAL OF ECONOMICS*, 108, 3, pp.775-807.

Young, A. (1998): "Growth without Scale Effects" *JOURNAL OF POLITICAL ECONOMY*, 106, 1, pp.41-63.

Figura 1: Tasas de crecimiento equilibrado y escala si $\Lambda \geq 1$

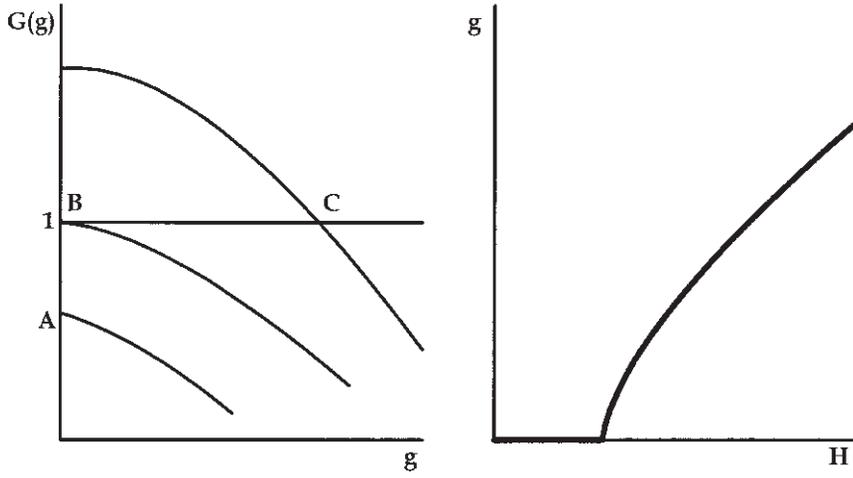
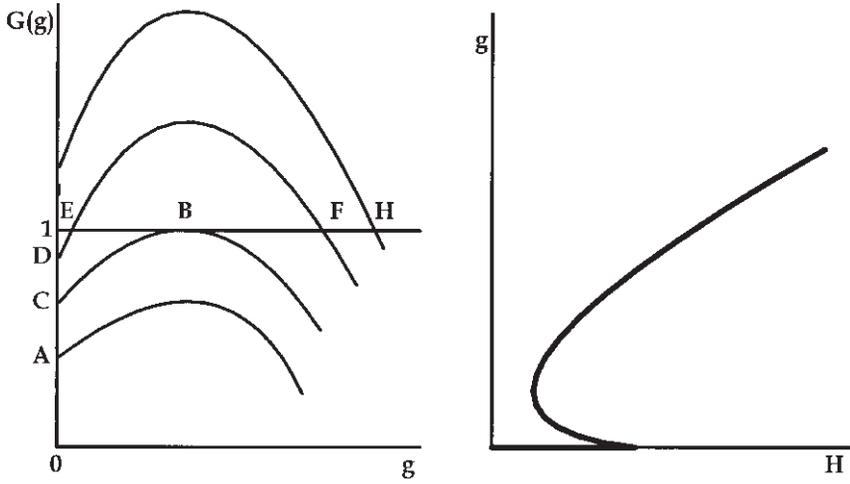


Figura 2: Tasas de crecimiento equilibrado y escala si $\Lambda < 1$.



DOCUMENTOS DE TRABAJO PUBLICADOS.

ÁREA DE ANÁLISE ECONÓMICA

22. UN MODELO INTERTEMPORAL DE LA BALANZA POR CUENTA CORRIENTE DE LA ECONOMÍA ESPAÑOLA: LA RELEVANCIA DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS CONSIDERADO. (Belén Fernández Castro)
23. UN MODELO EXPLICATIVO DE LA LOCALIZACIÓN REGIONAL DE LA INVERSIÓN EXTRANJERA DIRECTA. UNA APLICACIÓN A LA ECONOMÍA ESPAÑOLA. (Raquel Díaz Vázquez)
24. NITRATE POLLUTION IN INLAND WATERS: CAUSES, CONSEQUENCES AND POLICY. (Raimundo Viejo Rubio)
25. LA DEUDA CONVERTIBLE: UNA VISIÓN HISTÓRICA (Alejandro M. Fernández Castro)
26. CRECIMIENTO CON PROGRESO TÉCNICO EN EL MODELO DE JOHN VON NEUMANN (Raquel Díaz Vázquez)

ÁREA DE ECONOMÍA APLICADA

15. LO MACRO, LO MICRO Y LOS POLÍTICO EN LA NUEVA ECONOMÍA INSTITUCIONAL. (Gonzalo Caballero)
16. A EFICIENCIA TÉCNICA DAS EXPLOTACIÓNS LEITEIRAS NA COMARCA INTERIOR DA PROVINCIA DE A CORUÑA. INFLUENCIA DA CONCENTRACIÓN PARCELARIA. (Alfonso Ribas Álvarez, Gonzalo Flores Calvete y Claudio López Garrido)
17. DESARME ARANCELARIO DEL MERCADO GALLEGO Y EVOLUCIÓN DE LAS IMPORTACIONES DE BIENES. (Iván López Martínez y Beatriz García-Carro Peña)
18. A XEOGRAFÍA ECONÓMICA DOS SERVIZOS ÁS EMPRESAS EN ESPAÑA (Manuel González López)
19. THE EVOLUTION OF INSTITUTIONS AND STATE GOVERNING PUBLIC CHOICE IN THE SECOND HALF OF TWENTIETH-CENTURY SPAIN (Gonzalo Caballero Miguez)

ÁREA DE HISTORIA

10. AS PRIMEIRAS ELECCIÓN DO ESTATUTO REAL NA PROVINCIA DE LUGO. (Prudencio Vivero Mogo)
11. GALICIA NOS TEMPOS DE MEDO E FAME: AUTOARQUÍA, SOCIEDADE E MERCADO NEGRO NO PRIMEIRO FRANQUISMO, 1936-1959. (Raúl Soutelo Vázquez)
12. ORGANIZACIÓN E MOBILIZACIÓN DOS TRABALLADORES DURANTE O FRANQUISMO. A FOLGA XERAL DE VIGO DO ANO 1972. (Mario Domínguez Cabaleiro, José Gómez Alén, Pedro Lago Peñas y Víctor Santidrián Arias)
13. EN TORNO Ó EL DUAYENISMO: REFLEXIÓNS SOBRE A POLÍTICA CLIENTELISTA NA PROVINCIA DE PONTEVEDRA. 1856-1879. (Felipe Castro Pérez)
14. AS ESTATÍSTICAS PARA O ESTUDIO DA AGRICULTURA GALEGA NO PRIMEIRO TERCIO DO SÉCULO XX. ANÁLISE CRÍTICA. (David Soto Fernández)

ÁREA DE XEOGRAFÍA

9. A PRODUCCIÓN DE ESPACIO TURÍSTICO E DE OCIO NA MARXE NORTE DA RÍA DE PONTEVEDRA. (Carlos Alberto Patiño Romarís)
10. DESENVOLVEMENTO URBANO E DIFUSIÓN XEOLINGÜÍSTICA: ALGÚNS APUNTAMENTOS SOBRE O CASO GALLEGO. (Carlos Valcárcel Riveiro)
11. NACIONALISMO Y EDUCACIÓN GEOGRÁFICA EN LA ESPAÑA DEL SIGLO XX. UNA APROXIMACIÓN A TRAVÉS DE LOS MANUALES DE BACHILLERATO. (Jacobo García Álvarez e Daniel Marías Martínez)
12. NOVO SENTIDO DA LUTA DE CLASSES E DO CONTROL SOCIAL NO MEIO RURAL UMA CONTRIBUÇÃO À GEOGRAFIA DO CONFLITO CAPITAL X TRABALLO. (Jorge Montenegro Gómez y Antonio Thomaz Júnior)
13. MARKETING TERRITORIAL E ESPAÇOS VIRTUAIS A INDÚSTRIA DO TURISMO NOS AÇORES E NO SUDOESTE DA IRLANDA. (João Sarmento)

EDICIÓN ELECTRÓNICA

Tódolos documentos de traballo pódense descolgar libremnte da páxina web do instituto (www.usc.es/idega)

NORMAS PARA A REMISIÓN DE ORIXINAIS:

Deberán ser remitidos tres exemplares do traballo e unha copia en diskette ao Director do IDEGA: Avda. das Ciencias s/n. Campus Universitario Sur 15782 Santiago de Compostela, cumprindo coas seguintes normas:

1. A primeira páxina deberá incluír o título, o/os nome/s, enderezo/s, teléfono/s, correo electrónico e institución/s ás que pertence o/os autor/es, un índice, 5 palabras chave ou descriptors, así como dous resumos dun máximo de 200-250 palabras: un na lingua na que estea escrita o traballo e outro en inglés.
2. O texto estará en interlineado 1,5 con marxes mínimas de tres centímetros, e cunha extensión máxima de cincuenta folios incluídas as notas e a bibliografía.
3. A bibliografía se presentará alfabeticamente ao final do texto seguindo o modelo: Apelidos e iniciais do autor en maiúsculas, ano de publicación entre paréntese e distinguindo a, b, c, en caso de máis dunha obra do mesmo autor no mesmo ano. Título en cursiva. Os títulos de artigo irán entre aspas e os nomes das revistas en cursiva, lugar de publicación e editorial (en caso de libro), e, en caso de revista, volume e nº de revista seguido das páxinas inicial e final unidas por un guión.
4. As referencias bibliográficas no texto e nas notas ao pé seguirán os modelos habituais nas diferentes especialidades científicas.
5. O soporte informático empregado deberá ser Word (Office 97) para Windows 9x, Excell ou Access.
6. A dirección do IDEGA acusará recibo dos orixinais e resolverá sobre a súa publicación nun prazo prudencial. Terán preferencia os traballos presentados ás Sesións Científicas do Instituto.

O IDEGA someterá tódolos traballos recibidos a avaliación. Serán criterios de selección o nivel científico e a contribución dos mesmos á análise da realidade socio-económica galega.