ANÁLISE ECONÓMICA • 76

Uvenny Quirama Estrada
Universidade de Santiago de Compostela

Xesús Pereira López
Universidade de Santiago de Compostela

Melchor Fernández Fernández
Universidade de Santiago de Compostela

ABRIL 2025

METODOLOGÍA PATH-Q-PLUS PARA LA ELABORACIÓN DE MARCOS INPUT-OUTPUT REGIONALES

EDITOR ÁREA ÁNALISE ECONÓMICA

Manuel Fernández Grela

Dpto. de Fundamentos de Análise Económica

CONSELLO EDITOR

Xoam Carmona Badía

Dpto. Historia e Institucións Económicas.

Melchor Fernández Fernández

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

Rubén C. Lois González

Dpto. Xeografía.

Ángel Miramontes Carballada

Dpto. Xeografía.

Maria do Mar Pérez Fra

Dpto. Economía Aplicada.

Mª Ángeles Piñeiro Antelo

Dpto. Xeografía.

Maria Dolores Riveiro García

Dpto. Fundamentos da Análise Económica.

Edita: IDEGA
ISSN: 1138-0713
D.L.G.: C-487-2021

Metodología Path-Q-Plus para la elaboración de marcos Input-Output regionales

Uvenny Quirama Estrada[1]
Xesús Pereira López[2]
Melchor Fernández Fernández[3]

RESUMEN

La necesidad de estimar con mayor precisión y significancia económica los marcos Input-Output regionales, donde la principal limitante es la escasez de información, ha llevado a la creación de diferentes técnicas *non-survey*. Existen dos vertientes sobre las cuales se han generado variantes y extensiones, buscando mejores resultados. Por un lado, están las metodologías basadas en LQ que trabajan específicamente el peso de una industria en la región, comparada con su participación nacional y estableciendo, en ocasiones, parámetros de suavizado de datos. Y por otro, se encuentran las metodologías de balanceo de matrices con restricciones, las cuales ejecutan iteraciones sobre una matriz, a partir de restricciones por filas y columnas de demanda, producción, entre otras variables. Adicional, se han ensayado articulaciones entre métodos, dando resultados de mayor precisión.

El objetivo de la presente investigación es el desarrollo de una nueva metodología que genere, desde la base de matrices rectangulares, tablas Input-Output interregionales a escala local, asegurando consistencia y relevancia económica. Este trabajo facilitará su aplicación en territorios donde no se goza de datos o se cuenta con una aparente inconsistencia de información.

Palabras clave: Path-Q-Plus; Path-RAS; 2D-LQ; Input-Output Regional.
JEL: C65, C89, D57

[1] Phd Student Regional Development and Economic Integration, University of Santiago de Compostela, Institute of Development Studies of Galicia (IDEGA), Avda. Das Ciencias, Chalet nº 1, Campus Universitario Sur. 15782, Santiago de Compostela (Spain). E-mail: uvenny.quirama.estrada@.usc.es.
Google Scholar: https://scholar.google.es/citations?user=148YrUIAAAAJ&hl=es
[2] Phd professor University of Santiago de Compostela, Institute of Development Studies of Galicia (IDEGA) and Department of Quantitative Economics, Faculty of Economics and Business, Avenida do Burgo s/n. 15782, Santiago de Compostela, A Coruña (Spain). E-mail: xesus.pereira@usc.es.
Google Scholar: https://scholar.google.es/citations?user=OZ7DK1sAAAAJ&hl=es
[3] Phd professor University of Santiago de Compostela, Institute of Development Studies of Galicia (IDEGA) and Department of Foundations of the Economic Analysis, Faculty of Economics and Business, Avenida do Burgo s/n. 15782, Santiago de Compostela, A Coruña (Spain). E-mail: melchor.fernandez@usc.es.
Google Scholar: https://scholar.google.es/citations?user=EAMIhXEAAAAJ&hl=en

LA METODOLOGÍA INPUT-OUTPUT Y SUS ORÍGENES

Wassily Leontief inicia en 1936 el desarrollo del modelo Input-Output (IO) con el objetivo de analizar la interdependencia entre las industrias que engloban una economía. A través de este modelo se busca reconocer la interrelación, o dependencia, de un sector con los demás sectores para producir su bien o servicio (W. W. Leontief, 1936). A detalle, las tablas IO reflejan los insumos (inputs) de un sector o industria, que son utilizados para el desarrollo de productos (outputs) en otros sectores, mostrando las relaciones de intercambio entre sectores productores y consumidores, intermedios y finales (Miller & Blair, 1997).

Las tablas IO permiten, no solo analizar la estructura productiva de la economía, sino también los impactos ocasionados en cada sector, a partir de los cambios en la demanda, adicional al cálculo de multiplicadores económicos para estudiar impactos de una economía ante variables externas como, por ejemplo, la inversión.

La base inicial de las tablas IO se expone así:

- Balance de producción:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ij} + y_i \qquad (1)$$

Donde:

$x_i =$ La producción total del sector i.

$z_{ij} =$ La cantidad del producto del sector i que es utilizada por el sector j.

$y_i =$ La demanda final del sector i.

- Coeficiente técnico

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \qquad (2)$$

Donde:

$a_{ij} =$ El valor monetario del input del sector i requerido para producir una unidad del sector j.

Para la construcción del modelo Input-Output de manera matricial, se tiene:

- Tabla Input-Output simétrica (en ausencia de importaciones)

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \qquad (3)$$

Siendo:

$\boldsymbol{x} =$ El vector de producción total.

$\boldsymbol{A} =$ La matriz de coeficientes técnicos a_{ij}

$\boldsymbol{Ax} =$ Los inputs intermedios requeridos por los sectores.

$\boldsymbol{y} =$ El vector de demanda final.

Resolviendo el sistema de ecuaciones,

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{y} \qquad (4)$$

$\boldsymbol{I} =$ La matriz identidad.

$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} =$ La inversa de Leontief.

La matriz inversa refleja el impacto, directo e indirecto, de la producción total ante un cambio en el vector de demanda final (W. W. Leontief, 1936; Miller & Blair, 2009).

En 1941, se presenta la publicación que marca el hito en este ámbito científico. Con el nombre de The Structure of the American Economy, Leontief muestra las relaciones interindustriales de Estados Unidos entre 1919 y 1929 mediante la construcción de las primeras TIO (Leontief, 1941).

En la década de los 50, entidades como la Organización de Naciones Unidas (ONU), adoptaron el modelo IO, buscando estandarizar las políticas económicas internacionales con la publicación del primer manual llamado "A System of National Accounts and Supporting Tables" (Office, 1953). Posteriormente, el modelo IO empezó a formar parte del Sistema de Cuentas Nacionales (SNA) en 1968 (United Nations, 1968) y, con ello, se fomentó su expansión a nivel mundial para cuantificar la interdependencia de los países, los flujos comerciales, las cadenas de suministros, la medición del impacto económico de ciertas industrias, entre otros (Miller & Blair, 2022a).

En los años 70 se comienza a dar un uso más firme a las tablas IO, creando bases datos nacionales en algunos países europeos y en Asia con Japón. Ya para el año 1993 la ONU, se

encarga de actualizar los SNA, dando fuerza al uso de las matrices IO (United Nations Department of Economic and Social Affairs, 1999).

Para los años 2000 se inicia la integración nacional de los llamados modelos multirregionales (MRIO), donde se pasa de analizar las relaciones económicas entre sectores de una sola economía a estudiar interdependencias entre múltiples territorios (Miller & Blair, 2009a). Aunque el concepto ya había sido mencionado tiempo atrás, solo hasta el siglo XIX, se comienza con la creación de bases de datos como el Global Supply Chain Database (EORA), el World Input-Output Database (WIOD) y el Detailed Global MRIO Database (EXIOBASE).

INICIO DE LOS ESTUDIOS INTERREGIONALES

A partir del modelo IO base, se indagó la manera de estudiar las interacciones entre economías regionales. Concretamente, se abordaban los efectos en la producción, el consumo y el intercambio de bienes y servicios, generados por las interacciones de ciertas áreas geográficas foco de estudio (Miller & Blair, 2022b). Aquí se busca identificar como se utilizan los bienes y servicios producidos por una región, en otras regiones, reconociendo conceptos como la cadena de suministro, impactos regionales del consumo y la producción global, hasta los efectos del comercio en relación con el medio ambiente

Con (Isard, 1951, 1956) se vinculó el concepto interregional en el ámbito contable, centrándose en el análisis de las relaciones espaciales y las distribuciones económicas entre regiones y evidenciando como las actividades económicas de una región afectan al resto del entorno. Por lo que se le da una mayor fuerza, no solo al avance de los modelos IO, sino también a la geografía económica y la teoría del espacio.

Posteriormente, en su libro Economics (Samuelson & Nordhaus, 1970) introducen los modelos IO interregionales (IRIO), mostrando como las decisiones de una región pueden influir y repercutir en otras regiones, comprobando la interdependencia económica global. A partir de ahí, varias entidades públicas –llámese gobiernos e instituciones internacionales– iniciaron trabajos que apaleasen a resultados interregionales para la observación de aspectos como el impacto económico y ambiental entre regiones, la localización de posibles inversiones y la creación de políticas públicas, ente otros.

Algunas de las investigaciones de la época relacionaron los IRIO con análisis espaciales de crecimiento económico y costos de producción ante decisiones de inversión en diferentes sectores de estudio, como es el caso del transporte, y llevando a la determinación de políticas para subsidios de capital, estructuras laborales, desarrollo en infraestructuras y/o nuevos modelos de producción, entre muchos otros (Batten & Martellato, 1985; Greytak, 1974; Ihara, 1979; Richardson, 1978).

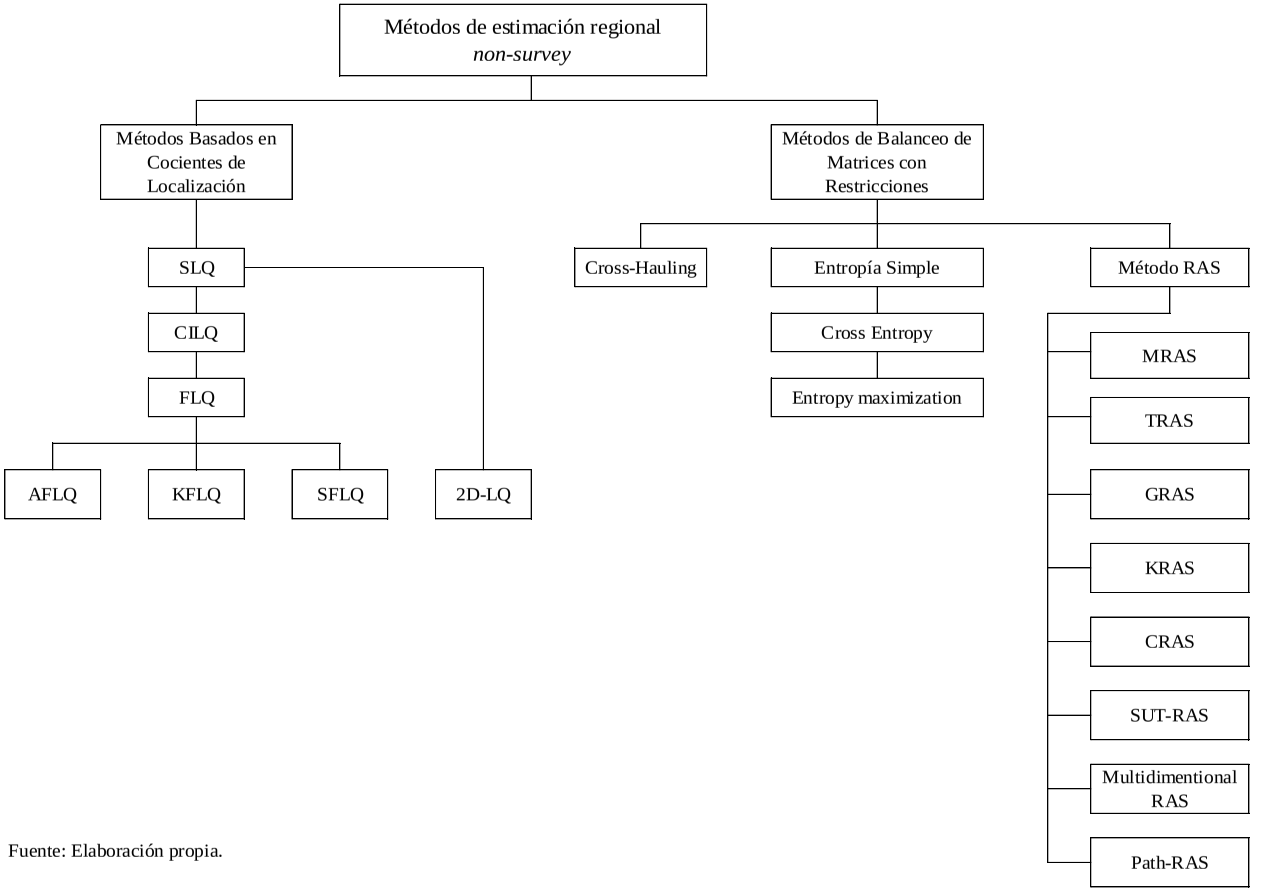
Partiendo de la propuesta de Richard Stone, en 1993 se incorporan formalmente las tablas Supply-Use (SUT) como extensión del modelo IO al Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) en instituciones como la Organización de Naciones Unidas (ONU), el Fondo Monetario Internacional (FMI), la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), el Banco Mundial y Eurostat (United States & IMF, 1993). A partir de esta información, se comienza a explorar el IRIO en las SUTs.

En el año 1997, Miller and Blair avanzaron en el estudio de la interdependencia económica y el comercio interregional, en relación con los modelos multirregionales, matrices de coeficientes de transacción y de producción, para manifestar la influencia entre regiones (Miller & Blair, 1997).

Con la presentación de métodos de estimación regional non-survey se abrió la posibilidad de evaluar alternativamente, datos precisos de las relaciones interregionales (Flegg et al., 1997). Siendo posible la proyección de matrices a escala inferior –territorialmente hablando– y con escasez de información, utilizando datos agregados o indirectos. Para el 2010 y los años posteriores emergen con fuerza investigaciones de enfoque regional, relacionadas especialmente con el impacto ambiental (Guilhoto, 2021; Ha et al., 2009; Ueda & Kunimitsu, 2017; Wiedmann et al., 2007).

En la construcción de IRIOs se ha venido estableciendo diferentes metodologías que permitan regionalizar tablas nacionales. Se trata de reubicar datos existentes de escalas espaciales a subescalas y que comúnmente no gozan de información primaria. Dentro de las metodologías non survey más usadas, se encuentran el uso de los cocientes de localización (LQ) y los métodos de balanceo de matrices con restricciones (Martínez-Alpañez et al., 2023a).

Figura 1: Métodos de esttimación regional *non-survey*



Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior muestra los métodos de estimación regional *non-survey* más estudiados y comúnmente utilizados. En los próximos apartados se conceptualizará cada método y se dará igualmente detalle de otras tantas aplicaciones que no aparecen en la tabla, ya sea porque tienen un desarrollo cuantitativo aún no demostrado empíricamente o porque relacionan varios métodos de los acá mencionados, como es el caso del EURO Method, que combina algunas variantes del LQ con el método RAS.

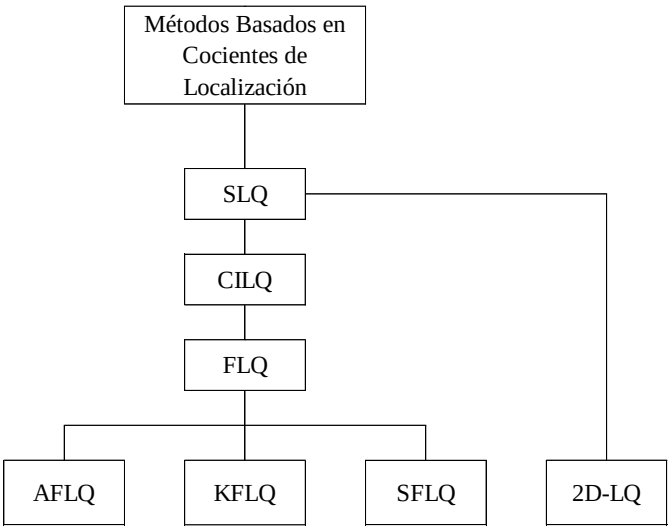
COCIENTES DE LOCALIZACIÓN

A partir de trabajos como los de Schaffer & Chu (Schaffer & Chu, 1969a), se inició la metodología LQ, encaminada a estimar tablas IO regionales, evitando así, la insuficiencia de datos *survey* o *non-survey* a una escala inferior a la nacional.

En general, un LQ es una medida que compara la importancia relativa de una industria en una región específica con su importancia a nivel nacional (Kronenberg, 2012). Comúnmente se calcula utilizando datos de empleo o producción por sectores. Si se llegase a generar un $LQ > 1$, quiere decir que la industria tiene una presencia más significativa en la región que en el país, por lo que se genera una especialización regional. Si por el contrario se presenta un $LQ < 1$, la industria analizada está menos representada en la región, en comparación con el promedio nacional (Statistics & Norbert, n.d.).

Con la aplicación de los LQ básicos se han evidenciado algunas debilidades, por ejemplo, la sobreestimación del comercio intrarregional y la subestimación de las importaciones interregionales (Martínez-Alpañez et al., 2023a). Esto ha llevado al diseño de extensiones LQ, expuestos en la siguiente figura:

Figura 2: Metodologías LQ para construir marcos contables regionales



Fuente: Elaboración propia.

Cada una de las variantes metodológicas parten de la formulación inicial SLQ o de alguna otra extensión. El objetivo principal es lograr los ajustes más apropiados de las matrices interregionales de acuerdo con las limitantes de información subterritorial.

- *SLQ (Simple Location Quotient)*

Mencionado por primera vez por William A. Schaffer y Kee Chu en 1969, el método SLQ usa una formulación básica para estimar coeficientes IO a nivel subnacional actuando solamente por filas (Schaffer & Chu, 1969). Aquí se compara únicamente la aportación de una industria en la economía regional con su participación a nivel nacional y dando como resultado una medida de especialización regional del sector (Kronenberg, 2009a; Lamonica & Chelli, 2018a; Mardones & Silva, 2021). La formulación básica se presenta de la siguiente manera:

$$SLQ_i = \frac{\frac{x_i^r}{x_\bullet^r}}{\frac{x_i^n}{x_\bullet^n}} = \frac{\frac{x_i^r}{x_i^n}}{\frac{x_\bullet^r}{x_\bullet^n}} = \frac{wx_i^r}{wx^r} \qquad (5)$$

Siendo:

x_i^r = La producción total del sector i en la región r.

x_i^n = La producción total del del sector i a nivel nacional.

$x_\bullet^r$ y $x_\bullet^n$ =Los agregados regionales y nacionales respectivamente.

wx_i^r = El peso del sector i en la región r.

wx^r = El peso (relativo) de la región r en la economía nacional.

Los coeficientes de los inputs son derivados del siguiente criterio:

$$\tilde{a}_{ij}^r = \begin{cases} a_{ij}^n SLQ_i & si \quad SLQ_i < 1 \\ a_{ij}^n & si \quad SLQ_i \geq 1 \end{cases} \qquad (6)$$

Donde:

$\tilde{a}_{ij}^r$ = El coeficiente (estimado) del input regional.

a_{ij}^n = El coeficiente del input nacional observado, dejando de lado los inputs importados.

Además de las restricciones mencionadas en el apartado anterior, el SLQ también descarta el transporte cruzado o bien conocido como "cross-hauling" (Stevens et al., 1988). El cross-hauling resulta de la importación y exportación simultánea de un producto en específico y por una región determinada (Többen & Kronenberg, 2015); llegando a subestimar las importaciones de una región, procedentes de otras regiones. A partir de esta formulación básica, fueron surgiendo diversas propuestas, en las que el SLQ está siempre presente.

- *CILQ (Cross-Industry Location Quotient)*

Introduce rectificaciones mediante las interacciones entre industrias compradoras y vendedoras; es decir, a diferencia de los SLQ, esta extensión trabaja por filas y columnas y con más de un sector.

$$CILQ_{ij} = \frac{SLQ_i}{SLQ_j} = \frac{x_i^r / x_i^n}{x_j^r / x_j^n} \qquad (7)$$

Un $CILQ_{ij} > 1$ muestra una relación entre los sectores i y j a más fuerte nivel regional que nacional; es decir, refleja una mayor interdependencia entre las regiones estudiadas.

Con base en las tablas IO de la Zona Euro 19 para 10 países, Sánchez-Chóez et al (2022), buscaron evaluar la eficacia del CILQ y de sus variantes en las cuentas económicas regionales para datos *non-survey* que presentan grandes restricciones a causa de la escasez de

información. Los resultados concluyen que, una modificación en el método puede llegar a proyecciones más precisas en las tablas IO regionales, mejorando la comprensión de las estructuras locales productivas (Buendía Azorín et al., 2022a).

Dentro de las limitaciones del CILQ se encuentra la no determinación del tamaño relativo de la región, así como tampoco las importaciones y exportaciones, generando una subestimación del comercio interregional (Buendía Azorín et al., 2022b; Fukui, 2023; Kowalewksi, 2015a; Mardones & Silva, 2021; Sánchez-Chóez et al., 2022b; Szabó, 2015).

- *FLQ (Flegg´s Location Quotient)*

Creada por Anthony T. Flegg y Chris D. Webber en 1997, incorpora el tamaño y la especialización industrial de la región para optimizar la estimación de los coeficientes regionales (Flegg et al., 1995; Flegg & Webber, 2000). Su trabajo se sustenta en que no existe una relación lineal entre el tamaño relativo de la región de estudio y su nivel de importaciones con otras regiones del territorio nacional.

$$FLQ_{ij} = \begin{cases} \lambda CILQ_{ij} & \text{para } i \neq j \\ \lambda SLQ_i & \text{para } i = j \end{cases} \qquad (8)$$

Siendo λ el tamaño relativo de la región. Representando así:

$$\lambda = \left[\log_2\left(1 + \frac{x_{\bullet}^{r}}{x_{\bullet}^{n}}\right)\right]^{\delta} \qquad (9)$$

$\delta =$ corresponde al parámetro graduable (entre 0,1 y 0,3 normalmente), que controla el grado de convexidad ascendente de la ecuación. Cuanto mayor sea δ (valor que oscila entre 0 y 1), mayor será el valor de λ, significando una mayor tolerancia a las importaciones.

Al incorporar estos ajustes por tamaño regional, el FLQ debería generar rectificaciones en los coeficientes de inputs regionales, más precisos y de la misma manera en sus multiplicadores resultantes.

Algunas investigaciones han evidenciado que el FLQ puede presentar resultados óptimos frente a las variantes iniciales (Bonfiglio & Chelli, 2008; Flegg & Tohmo, 2016a; Mardones & Silva, 2023). Sin embargo, (Lamonica & Chelli, 2018b), señalan que, si bien el FLQ tiene un buen rendimiento en regiones pequeñas, en regiones más grandes los datos son menos precisos en comparación con los SLQ.

Fujimoto (2019) presenta una dura crítica a la fórmula de Flegg. Menciona, por ejemplo, que no hay una justificación teórica para el valor de δ y se asume que la relación entre el tamaño regional y el comercio interregional puede ser presentada en una sola fórmula funcional. Por otro lado, no hay diversidad de las estructuras económicas y subestima la interdependencia entre sectores regionales en casos en los que existe *cross-hauling* o servicios no comercializables. Concluye que, para regiones muy pequeñas, o con un alto nivel de integración, el FLQ puede distorsionar las relaciones reales (Fujimoto, 2019).

En su defensa, Flegg (2021) reconoce que δ es un parámetro empírico pero que esto no lo invalida, presentando evidencia empírica donde δ, con valores entre 0,1 y 0,3, genera buenos resultados. Indica igualmente que no busca sustituir métodos detallados, sino exponer una aplicación práctica cuando existen datos limitados, defendiendo la superioridad del FLQ frente al SLQ por la incorporación del tamaño relativo de la región. Algunas investigaciones confirman lo señalado por Flegg (2021), dando resultados en estudios como la elaboración de tablas IO intrarregionales (Hermannsson, 2016; Jahn, 2017); resaltando la estimación de multiplicadores interregionales (Jahn et al., 2020) e incluso desarrollando mediciones de impacto ambiental (Garcia-Hernandez & Brouwer, 2021).

- *AFLQ (Augmented Flegg´s Location Quotient)*

Funciona como una extensión del método FLQ. Considera la especialización regional y ajusta las diferencias en estructuras económicas entre regiones, buscando mejorar la estimación de los coeficientes (Buendía Azorín et al., 2022b; Flegg et al., 2018, 2025).

$$AFLQ_{ij} = FLQ_{ij}[\log_2(1 + SLQ_j)] \qquad (10)$$

Esta variante solo se puede aplicar cuando $SLQ_j > 1$; es decir, cuando existe una presencia más significativa del sector en la región que en el país. A diferencia de otras extensiones, el AFLQ puede adquirir valores por encima de la unidad. Fue utilizado en el cálculo bi-regional de Buenos Aires Capital y el resto de la Argentina, reflejando el éxito del modelo en los resultados (Mastronardi et al., 2022). Sin embargo, (Flegg et al., 2025) mencionan que este mismo modelo hubiese podido ser desarrollado con el FLQ, dando resultados similares y fuertemente concluyentes (Flegg & Tohmo, 2016b; Lampiris et al., 2020).

- *KFLQ (K-Industry-Specific Flegg´s Location Quotient)*

Kwon & Choi (2024) propusieron una nueva extensión a partir del FLQ para tratar los problemas de sobreestimación de coeficientes input regionales en métodos *non-survey*. El KFLQ incorpora ajustes por industrias de productos no comerciales mejorando la estimación y mitigando la distorsión de los coeficientes obtenidos mediante los anteriores LQs.

Los autores se concentran en el componente de la fórmula CILQ. Aquí introducen un ajuste, considerando diferentes escenarios donde tanto el SLQ de la industria i como de la industria j fuesen inferiores a 1 ($SLQ_i < 1$ y $SLQ_j < 1$) (Kwon & Choi, 2024).

En caso de que el $SLQ_i < SLQ_j$, entonces $CILQ_{ij} < 1$ rectificándose a la baja el coeficiente input nacional. Si, por el contrario, $SLQ_i > SLQ_j$, no se realiza ningún ajuste. No alterar el coeficiente nacional en este caso, podría generar una distorsión que a su vez puede ser corregida utilizando el SLQ_i como escalar (Flegg et al., 2025).

En KFLQ fue aplicado en la estimación de tablas IO regionales de 17 regiones de Corea del Sur para el 2015 y comparado con las estimaciones obtenidas de datos *survey.* Los resultados evidenciaron estimaciones más precisas que los métodos LQ anteriores (Tohmo, 2025).

- *SFLQ (Sector-Specific Flegg´s Location Quotient)*

Es una extensión del FLQ que agrega un factor adicional para lograr la estimación de los coeficientes input regionales. Considera las particularidades de cada sector y presenta de una manera mucho más exacta la estructura regional (Kowalewksi, 2015).

$$SFLQ_{ij} = CILQ \left[\log_2\left(1 + \frac{x_\bullet^r}{x_\bullet^n}\right)\right]^{\delta_j} \qquad (11)$$

La variación de δ_j implica que las particularidades industriales determinen la propensión a importar, lo que lleva a necesitar identificar valores óptimos para δ_j de cada industria. Después, se debe comprobar si las industrias con mayor o menor δ_j comparten características similares, condición fundamental para la transferencia del SFLQ a otras regiones (Kowalewksi, 2015).

Un estudio cuyo enfoque fue la adaptación de tablas IO nacionales aplicadas a 16 regiones surcoreanas, desarrollaron la aplicación del SFLQ en comparación con el FLQ, prestando atención, principalmente, al valor del parámetro δ. Los resultados muestran la precisión de las estimaciones ante un ajuste adecuado de δ (Flegg & Tohmo, 2019).

- *2D-LQ (Bidimentional – LQ)*

Este método reformula la base inicial del SLQ y rompe con el esquema de las técnicas anteriormente mencionadas. Presentado por primera vez por Pereira-López (2020), esta técnica mejora la estimación de las tablas IO regionales teniendo en cuenta la estructura económica de cada región, la interrelación sectorial y las dinámicas entre regiones de una manera más detallada. Aplica rectificaciones bidimensionales a través de funciones de activación que actúan, de una forma concreta, sobre la especialización sectorial de cada región y el tamaño de la industria (Pereira-López et al., 2020).

Concretamente, el objetivo del método 2D-LQ se encausó en la búsqueda de un mayor ajuste en MRIO y la precisión en la interacción de los sectores y regiones que producen y consumen bienes y servicios. Sin embargo, la técnica puede extrapolarse a otros contextos como la generación de matrices flujo, coeficientes totales o multiplicadores (Pereira-López et al., 2021).

Este enfoque bidimensional se presenta así:

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\beta}) \qquad (12)$$

Donde:

$\boldsymbol{A} =$ Corresponde a la matriz de coeficientes domésticos.

$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\alpha})$ y $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\beta}) =$ Son matrices diagonales, donde los elementos que aparecen en la diagonal principal representan los factores de ponderación por filas y columnas de forma respectiva.

α y $\beta =$ (Escalares). Representan los parámetros que influyen en las rectificaciones. Existen diferentes maneras de abordar las correcciones (no hay un comportamiento único).

El método puede utilizar igualmente diferentes funciones de activación, como es el caso de la tangente hiperbólica, la tangente semilogarítmica o potencial.

Entonces $\widetilde{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{R}}$, como matriz proyectada es:

$$\tilde{a}_{ij}^{R} = \begin{cases} (SLQ_i)^{\alpha} a_{ij}^{N} (wx_j^R)^{\beta} \; si \; SLQ_i \leq 1 \\ \left[\frac{1}{2}\tan h\,(SLQ_i - 1) + 1\right]^{\alpha} a_{ij}^{N} (wx_j^R)^{\beta} \; si \; SLQ_i > 1 \end{cases} \qquad (13)$$

La función $y = tan\ h(x)$ es creciente cuando $x > 0$, y si tiende a $+\infty$, la función tiende a 1, evidenciando un comportamiento asintótico en relación con la línea $y = 1$. Aquí la función

$\left[\frac{1}{2}\tan h\,(SLQ_i - 1) + 1\right]^{\alpha}$ permite factores ligeramente mayores cuando $SLQ_i > 1$ que los de la tabla de referencia (Pereira-López et al., 2021).

Con el fin de validar el proceso metodológico propuesto, se utilizaron las tablas IO de la Euro zona para 10 países en los años 2010 y 2015 y se compararon los resultados con las demás variantes (CILQ, FLQ, AFLQ y 2D-LQ). El ejercicio evidenció mejores resultados en el 2D-LQ en términos de coeficientes nacionales y multiplicadores derivados (Pereira-López et al., 2021). Por otro lado, la investigación de Martínez-Alpañez (2023) utilizó la tabla IO multirregional de Corea del Sur para el año 2015 con el objetivo de comparar metodologías de regionalización basadas en LQ. Los resultados probaron la superioridad en la bondad de ajuste del 2D-LQ frente a otros métodos, como el FLQ.

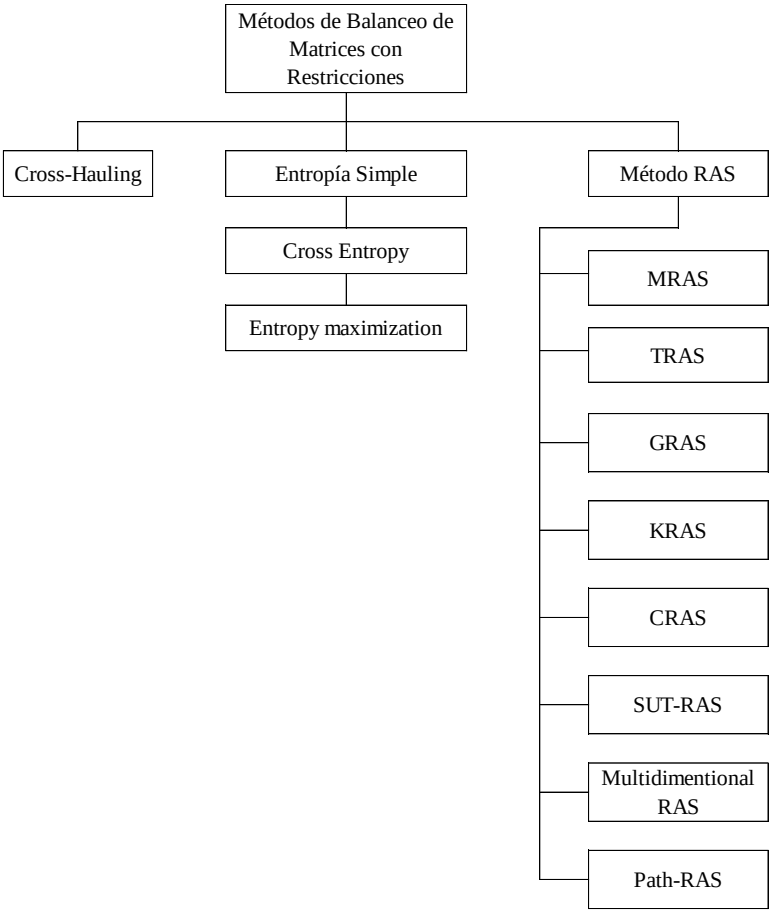
Otro de los métodos destacados bajo la estructura LQ es el HTLQ (Hyperbolic Tangent Location Quotient). Esta es una formulación alternativa, donde la tangente hiperbólica incide de manera directa sobre los CILQ (Flegg et al., 2025). Combina tres indicadores LQ con el fin de superar las limitaciones de los métodos base (SLQ, CILQ, FLQ, KFLQ, SFLQ) y ajustar de forma más precisa las interacciones sectoriales. Dentro del estudio realizado por Flegg et al.(2025), se mencionan algunas ventajas como la estimación más realista en regiones con atípicas estructuras económicas, presenta una mejor estimación del coeficiente regional y no presenta indiferencia en el ajuste de regiones grandes y pequeñas. Debido a la publicación reciente del artículo, a la fecha no se han presentado ejercicios de verificación empíricos para el método HTLQ.

MÉTODOS DE BALANCEO DE MATRICES CON RESTRICCIONES

Adicional a los métodos basados en LQ, se presentan los métodos de balanceo de matrices con restricciones que son igualmente utilizados para estimar a partir de tablas IO nacionales, matrices regionales; en este caso, aplicando restricciones específicas. El objetivo es mantener la coherencia contable de la matriz, mientras se introducen datos regionales parciales o agregados, que normalmente presentan limitaciones. Es de balanceo porque ajusta los valores de la matriz cumpliendo que, por ejemplo, las entradas totales, igualen las salidas totales en cada sector. Y es de restricciones, al involucrar datos adicionales como la producción y/o el consumo final regional, coeficientes técnicos, comercio interregional, entre otros.(Jackson &

Schwarm, 2011; Junius & Oosterhaven, 2003; Lenzen & Rueda-Cantuche, 2012; Temurshoev et al., 2013)

Figura 3: Métodos de balanceo de matrices con restricciones



Fuente: Elaboración propia.

La tabla anterior muestra algunos de los métodos de balanceo con restricciones comúnmente utilizados. A continuación, se expone conceptualmente cada concepto, permitiendo identificar los avances y por supuesto, las restricciones o limitantes de cada uno; facilitando

el reconocimiento del método que más se ajusta a las necesitades específicas de los estudios requeridos.

- *Cross-Hauling*

El *Cross-Hauling Adjusted Regionalization Method* (CHARM) forma parte de las metodologías de balanceo de matrices con restricciones y es utilizado comúnmente en la planificación de transporte y logística, dividiendo áreas según algunos criterios específicos. En este se aborda, especialmente, el fenómeno "cross-hauling" que ocurre, como se mencionaba anteriormente, cuando una región exporta e importa simultáneamente el mismo producto y ajusta, sistemáticamente, tanto las importaciones como las exportaciones, permitiendo que ambos se reflejen en el producto analizado (Flegg et al., 2013). Posteriormente, estima el volumen del *cross-hauling* según la producción, la demanda y la heterogeneidad de los productos (Flegg et al., 2013, 2015; Y. Huang et al., 2014). Esta última mide las diferencias de bienes y servicios a partir de datos nacionales y actúa como un influyente directo de la probabilidad de ocurrencia del *cross-hauling*.

Para el cálculo de los flujos interregionales, se tiene que:

$$x_{ij} = \sum_{r} (COEF_r \times F_r) \qquad (14)$$

Donde:

Para cada región r, se calculan los flujos interregionales de productos.

$x_{ij} =$ Es el flujo de bienes y servicios de la región i y j.

$COEF_r =$ Son los coeficientes de regionalización calculados para cada región r.

$F_r =$ Es el valor de los flujos económicos entre regiones, calculados con el método CHARM. Luego, se utiliza el patrón de interacciones entre las regiones y distribuye los flujos según los coeficientes resultantes (Miller & Blair, 2009a).

En los modelos de regionalización se presentan distinciones según la exactitud del ajuste, dependiendo de aspectos como la asignación de importaciones. Según European System of Accounts (ESA), dentro de la matriz de transacciones intersectoriales o fuera de ella, existe la asignación directa de importaciones, que representan aquellas que van de manera inmediata al sector que las vende (final) y en consecuencia a las cuentas nacionales. Mientras

que la asignación indirecta de importaciones se confiere a quien requiere de este input para la realización del output final, formando parte del Valor Agregado de la producción nacional (2013).

Estando expuestos a la regionalización de tablas IO con importaciones asignadas de manera indirecta, el método CHARM es más adecuado; mientras que métodos como los LQ, presentan mejores resultados en importaciones directas (Kronenberg, 2009b; Kronenberg & Tobias, 2011).

Algunos estudios, como el concebido en Uusimaa, una provincia de Finlandia muestra resultados satisfactorios, comprobando la importancia de relacionar el intercambio de bienes entre regiones que pueden no estar relacionados con el patrón de producción regional (Flegg & Tohmo, 2011). Por otro lado, la investigación realizada en Hubei, provincia de China, revela datos menos satisfactorios para exportaciones, importaciones y volumen de comercio sectorial, llegando a sobreestimaciones (Y. Huang et al., 2014). Los errores fueron atribuidos a las diferencias en la tecnología regional y nacional, las divergencias en la demanda final y la heterogeneidad de los productos, destacando igualmente limitaciones de CHARM en regiones más pequeñas (Y. Huang et al., 2014).

- *Entropía*

Otra metodología de balanceo de matrices con restricciones es la Entropía (Wilson, 1970a). Partiendo de su definición de incertidumbre o aleatoriedad de un sistema o valor, busca optimizar el proceso de agrupación de actividades económicas con las interacciones entre sectores y regiones (Wassily. Leontief, 1986). Existen varios enfoques de entropía. Dentro de los más utilizados en el ejercicio de regionalización se encuentran el método de entropía simple, el *cross-entropy* y *entropy maximization*.

- *Entropía simple*

El método de entropía simple busca medir el grado de dependencia entre distintas regiones de un territorio en particular (Zheng et al., 2022). Una vez divididos los sectores de la tabla IO analizada en subregiones, se calcula el valor de la entropía.

$$H = -\sum p_i ln(p_i) \qquad (15)$$

Siendo p_i la proporción de un sector con respecto a la tabla IO total, permitiendo identificar el nivel de dispersión o concentración de los flujos entre sectores. La entropía básica solo

utiliza las tablas IO y deja de lado cualquier información adicional que pueda ser influyente para evitar la sensibilidad de los datos ante cambios en la estructura de la tabla.
Este método fue trabajado en la provincia de Hebei, en China, para identificar la huella de carbono. El ejercicio mostró discrepancia en los datos de emisiones de las MRIO, debido a datos conflictivos en las tablas analizadas; evidenciando la gran sensibilidad en los datos ante la no presentación de factores externos (Zheng et al., 2022).

- *Cross Entropy*

Dentro de los procedimientos de actualización a partir de la optimización matemática, se encuentra la entropía cruzada. Este método busca la minimización de la divergencia Kullback-Leibler (KL), que mide la diferencia entre dos distribuciones de probabilidad; en el caso del MRIO serían, la distribución nacional y la regional. A partir del proceso iterativo y las diferentes restricciones (como la demanda final, la producción, entre otros), se busca que la distribución regional sea lo más parecido a la nacional (Miller & Blair, 2009).
Para la minimización de la divergencia de KL, se tiene:

$$\min_{x_{ij}} \sum_{i,j} x_{ij} \log\left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^0}\right) \qquad (16)$$

Donde:
$x_{ij} =$ Corresponde al elemento estimado de la MRIO.
$x_{ij}^0 =$ Es el elemento en la tabla IO nacional.
De la notación anterior, se presentan las restricciones:

$$\sum_j x_{ij} = R_i \qquad (17)$$

Restricciones por fila, siendo $R_i =$ los inputs totales regionales conocidos por filas.

$$\sum_i x_{ij} = C_j \qquad (18)$$

Restricciones por columna, siendo $C_j =$ los outputs totales regionales conocidos por columna (Judge, 1996; Robinson & El-Said, 2000).

Algunas de las dificultades que presenta el *cross-entropy*, responden a la imprecisión de los datos ante restricciones regionales insuficientes, lo que lleva a necesitar cierta cantidad de datos regionales que normalmente no están disponibles o existentes (Flegg et al., 2021b; Lamonica et al., 2020; Wassily. Leontief, 1986; Miller & Blair, 2009a).

Estudios como Lamonica et al. (2020), analizan la eficacia del modelo cross-entropy con otras metodologías de balanceo de matrices, para el cálculo de coeficientes técnicos en las MRIO. El ejercicio comparativo concluye que el método RAS (expuesto a detalle posteriormente) presenta un mejor ajuste que el cross-entropy; sin embargo, este rendimiento varía entre países de manera significativa. Igualmente indica que, el cross-entropy mejora el LQ y supera a otras variantes de los métodos de Entropía.

- *Entropy maximization*

La última extensión en este tipo de métodos por balaceo de matrices con restricciones es entropy maximization. Este estima igualmente una tabla IO regional con base en una tabla IO nacional respetando, por ejemplo, restricciones como los totales por filas y columnas y utilizando el mínimo de información posible (Hewings & Fernandez-Vazquez, 2019a; Wilson, 1970b). Para maximizar la entropía de la distribución de los flujos interindustriales, se tiene que:

$$\max_{x_{ij}} H = -\sum_{i}\sum_{j} x_{ij} \ln\left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^{0}}\right) \qquad (19)$$

Donde:

x_{ij} = Corresponde al flujo estimado del sector i hasta el sector j en la región.

x_{ij}^{0} = Valor base de la tabla IO nacional.

Las restricciones se representan con sigue:

$$\sum_{j=1} x_{ij} = R_i \ \ \forall i \qquad (20)$$

Restricción por fila (oferta regional por sector)

$$\sum_{i=1} x_{ij} = C_j \ \ \forall j \qquad (21)$$

Restricción por columna (demanda regional por sector)

Para todo $x_{ij} > 0 \ \forall i, j$.

Al igual que el cross-entropy, este es un problema de optimización convexa que puede ser solucionado a partir del método Iterative Proportional Fitting (IPF), que se expondrá más adelante. Caggiani et al (2014) propone un modelo basado en la unión de la maximización de la entropía para estimar distribuciones más ajustadas de flujos económicos, y de la optimización difusa para modelar la incertidumbre y la imprecisión de los datos. Con este método buscaron estimar simultáneamente los niveles de producción, los coeficientes comerciales y la demanda final. Los resultados fueron efectivos para el desarrollo de MRIO con alto nivel de incertidumbre ante la imprecisión y limitación de los datos. Varios han sido los escritos a cerca la aplicabilidad y la importancia de la maximización de la entropía, dando como conclusión la importancia de esta herramienta para el análisis económico regional, principalmente, donde los datos son escasos e inconsistentes. Su estudio permite obtener estimaciones robustas y ajustadas con las relaciones económicas intersectoriales (Caggiani et al., 2014; Hewings & Fernandez-Vazquez, 2019b; Judge, 1996; Sengupta, 1992; Wilson, 1970b).

- *RAS*

Para lograr soluciones que respeten los condicionantes de índole económico, adicionalmente a la metodología LQ, casi siempre se hace necesario implementar métodos de iteración proporcional (IPF). Estas técnicas son usadas para el ajuste de matrices, manteniendo los totales marginales por filas y columnas, estimando el contenido interno de la matriz (Fienberg, 1970; Lahr, 1993a; Temurshoev et al., 2013). En el caso de la desagregación de matrices nacionales a regionales o a una escala inferior, donde los datos son limitantes, se parte de la premisa de que la estructura técnica regional es similar a la de la escala mayor estudiada y ajustando a partir de restricciones de producción o consumo. Sin embargo, varias de sus condicionantes corresponden a la alta dependencia sobre la matriz base (más adelante,

llamada matriz Prior), que determina una estructura proporcional y no identifica las particularidades tecnológicas y comerciales de la región (Fienberg, 1970; Junius & Oosterhaven, 2003; Lahr, 1993a; Miller & Blair, 2009a).

En el ámbito económico, el IPF se conoce como el método RAS, empleado por primera vez por (Stone & Brown, 1962). Básicamente, la idea de rectificación consiste en multiplicar los elementos de una matriz base por coeficientes correctores (Pereira López et al., 2012). Así se permite ajustar de forma automática la matriz de referencia para que cumpla con restricciones establecidas de fila y columna, buscando mantener la estructura original lo más intacta posible (Torre Cuevas et al., 2023). En la regionalización, el RAS se utiliza para proyectar las tablas nacionales a condiciones regionales específicas.

Sus siglas provienen de los multiplicadores que ajustan por filas (R) y columnas (S), siendo (A) la matriz de coeficientes técnicos o la matriz PRIOR de rectificación. El objetivo es llevar, por ejemplo, una tabla IO nacional a una regional, ajustando a nuevos totales marginales como la producción y el consumo intermedio, buscando mantener la estructura interna lo más cercana posible a la matriz base (Pereira López et al., 2012).

Partiendo de una matriz inicial $\boldsymbol{A} = \left(a_{ij}\right)$ y de nuevos totales para regionalización por fila u_i y por columna v_j, se busca llegar a la matriz ajustada $\boldsymbol{X} = \left(x_{ij}\right)$, donde:

$$x_{ij} = r_i a_{ij} s_j \qquad (22)$$

Siendo:

$r_i =$ Los factores de ajuste por fila (producción)

$s_j =$ Los factores de ajuste por columna (demanda)

$x_{ij} =$ Los elementos ajustados para la regionalización.

Una vez concebida esta información, se procede con el ejercicio iterativo; inicialmente en el ajuste por filas:

$$r_i = \frac{u_i}{\sum_j a_{ij} s_j} \qquad (23)$$

Posteriormente, se realiza el ajuste por columnas:

$$s_j = \frac{v_j}{\sum_i a_{ij} r_i} \qquad (24)$$

Este procedimiento se ejecuta hasta que converjan los totales de filas y columnas establecidos.

A lo largo del tiempo, se han propuesto diversas variantes del método RAS, cada una con características específicas (Mínguez et al., 2009a). La siguiente tabla pretende dar claridad de las extensiones metodológicas más utilizadas en la actualidad científica:

Tabla 1: Detalle conceptual del método RAS y sus variantes

Método	Descripción	Fuente
RAS	Desarrollada por Stone en 1962 para ajustar iterativamente una matriz, logrando que la suma de las filas y columnas sean constantes, manteniendo su estructura inicial.	(Stone, 1962)
MRAS (Modified RAS)	Es una extensión del RAS base, en el que se realiza la agregación de datos y/o restricciones, permitiendo manejar en las matrices ceros estructurales; es decir, se puede utilizar la metodología, contando con información parcial.	(Allen & Lecomber, 1975)
TRAS (Three-stage RAS)	A diferencia de los otros métodos, el TRAS se caracteriza por introducir un tercer vector de control junto con los vectores de fila y columna comúnmente trabajados. Se utiliza cuando existe más información estructural, ya que el tercer vector puede representar datos sectoriales o variables sobre las que se llegue a un ajuste más detallado.	(Gilchrist & Louis, 1999)
GRAS (Generalized RAS)	El método GRAS partió de la búsqueda por resolver la actualización de matrices que poseen valores negativos, asegurando que la estructura original, positiva y negativa de la matriz, se mantenga y presente un ajuste más realista.	(Junius & Oosterhaven, 2003)

KRAS (Konflictfreies RAS)	Este método permite dar solución a inconsistencias entre los totales de filas y columnas ocasionadas por conflictos entre los datos disponibles y que generan la no convergencia del RAS base. Aquí se desarrollan ponderaciones o se flexibilizan las restricciones de ajuste permitiendo trabajar con datos incompletos y/o de diferentes fuentes.	(Lenzen et al., 2007)
CRAS (Cell-corrected RAS)	Con el fin de obtener información más precisa, el método CRAS introduce correcciones por celdas específicas en lugar de realizar ajustes uniformes como lo hacen los demás RAS. Aquí se limita la modificación de algunos datos sobre los que se desea preservar su valor después del balanceo. Aun así, el resultado guarda coherencia con los totales marginales.	(Mínguez et al., 2009b)
SUT-RAS	Comúnmente, las tablas Supply-Use (SUTs), se han estimado de forma separada. Para la oferta en la producción e importaciones; y la para la demanda en consumo, inversión, exportaciones, entre otros. El objetivo del SUT-RAS es estimar simultáneamente las SUTs, permitiendo el cumplimiento de las restricciones contables. Este método se basa en técnicas estadísticas bayesianas y usa igualmente, la verosimilitud conjunta de las observaciones disponibles. También incorpora restricciones estructurales y fuentes de datos múltiples, dando un ajuste mucho más realista en la desagregación territorial.	(Temurshoev & Timmer, 2011)
Multidimensional RAS (mRAS)	El multidimensional RAS o mRAS, es comúnmente utilizado en la actualización de matrices que poseen más de dos dimensiones; es decir, tablas IO desagregadas por territorio, industria y tipo de producto ajustando los totales marginales en todas las dimensiones hasta alcanzar la convergencia. Puede ser útil en análisis multirregionales.	(Holý & Šafr, 2023)

Path-RAS	La metodología Path-RAS actualiza un conjunto de matrices a lo largo del tiempo, asegurando una transición suave y coherente entre periodos y utilizando la clasificación de matrices iniciales y finales, sobre las que se construyen matrices intermedias. Este método es susceptible de uso en la construcción de tablas Supply-Use, facilitando análisis económicos de mayor precisión con menores requerimiento de información. Aquí también se pueden realizar correcciones específicas a nivel de celdas.	(Pereira-López & Rueda-Cantuche, 2013)

Fuente: Elaboración propia

Dentro de los estudios que consideran el método RAS, se encuentra Czamanski & Malizia (1969). Aquí se comparan algunas metodologías que reflejan la superioridad del RAS respecto a otros métodos de ajuste de matrices IO regionales. En el caso de Martellato (1982), se realizaron aplicaciones en MRIO, que examinan las relaciones comerciales de la Toscana con el Resto de Italia a través de flujos nacionales e internacionales. Otras investigaciones han trabajado en la comparación de métodos a partir de datos empíricos. Lenzen et al (2009), aplica el KRAS en cuatro casos prácticos, evidenciando una solución intermedia entre restricciones inconsistentes; característica que no se presenta en el RAS y el GRAS. Temurshoev et al (2011) analizaron el desempeño de algunos métodos como el RAS y el GRAS para la proyección de SUTs con datos de Países Bajos y España. Los resultados mencionan una superioridad del GRAS al ofrecer datos más precisos. Paralelo a esta investigación, Temurshoev & Timmer (2011) comparan los resultados de su método SUT-RAS con otras metodologías RAS para las economías de España del año 2005 en SUTs a precios básicos y luego a precios de adquisición, así como con la separación de tablas domésticas e importadas. Los investigadores ratifican la superioridad de la aplicación, en relación con los métodos que le anteceden. Holý & Šafr (Holý & Šafr, 2023) mostraron una aplicación empírica del método mutidimentional RAS a las tablas IO de República Checa en dimensiones regionales, temporales trimestrales y de origen doméstico e importado, mejorando los resultados de las anteriores variantes e identificado la equivalencia con el modelo de entropía cruzada multidimensional. En el caso del Path-RAS, los autores muestran una aplicación del método para la deflación de precios a SUTs de Galicia, al noroeste de

España. La propuesta permite el cálculo de deflactores específicos por celda, reduciendo la necesidad de información, dando como conclusión la robustez y eficacia del método (López & de la Torre Cuevas, 2023).

Partiendo de la necesidad de identificar datos consecuentes a escala regional y con el fin de desarrollar políticas económicas y decisiones de orden subterritorial, se gestó el proyecto de cooperación europea, llamado "Regionalization of National Input-Output Tables: The EURO Method", liderado por Eurostat (EUROSTAT, 2008). En este contexto se diseñó el método EURO, para la estimación de MRIO ante la escasez de datos regionales y partiendo del supuesto de proporcionalidad. La aplicación parte de una matriz base (nacional), utiliza coeficientes técnicos ajustados por ponderadores regionales y posterior aplica la técnica de regionalización LQ y el método RAS. Aquí se ajustan simultáneamente todas las secciones, buscando asegurar una coherencia integral, utiliza factores de escala basadas en proyecciones sectoriales del Valor Añadido (VAB) y, por último, se realizan iteraciones hasta la convergencia (EUROSTAT, 2008; S. Huang & Koutroumpis, 2023; "Measuring the Non-Observed Economy: A Handbook," 2002; Temursho, 2021).

Dentro de los principales estudios se encuentra el desarrollo de una base de datos de MRIO para 272 regiones de la Unión Europea entre los años 2008 y 2018. Utilizando los datos de Eurostat, se permitió un análisis regionalizado de la interacciones económicas y medioambientales de Europa. El resultado fue una base de datos que evalúa los flujos económicos y los impactos ambientales entre regiones (S. Huang & Koutroumpis, 2023).

Muchos han sido los métodos gestados para el cálculo preciso de MRIOs y las IRIOs; creando variantes, fusiones, nuevos parámetros y restricciones. La secuencia de lo presentado evidencia la robustez de los avances y el cumplimiento de nuevos condicionantes que ajustan cada vez más los resultados de matrices, con una escala inferior a la nacional, y permitiendo obtener conclusiones fuertes para la presentación de políticas efectivas.

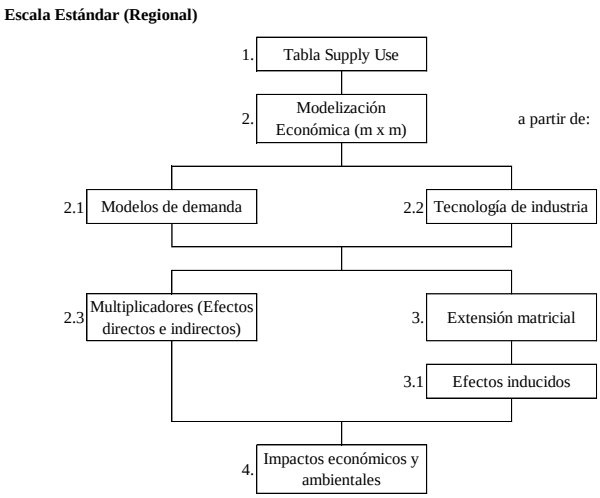
El objetivo principal de esta investigación es avanzar en la efectividad de las matrices regionales a partir de datos *non-survey*. Se pretende exponer una nueva metodología que permita ser punto de partida para nuevos análisis empíricos y posiblemente desarrollos metodológicos. Por último, se formalizará un ejercicio empírico subterritorial a escala local (donde los datos son casi nulos), comparando algunas metodologías ya existentes y comprobando las diferencias con la metodología propuesta.

CONTEXTO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

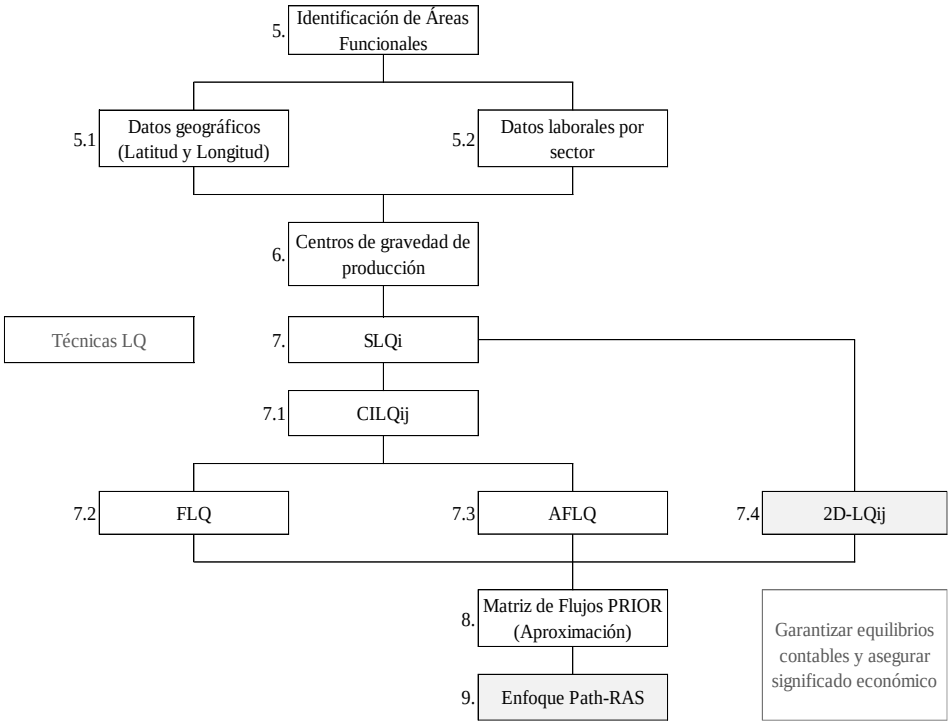
El proceso metodológico de la presente investigación se asienta en la base conceptual de las SUTs. De entrada, los estudios de impacto se circunscriben a nivel regional. Después, se implementan modificaciones de técnicas *non-survey* para dar paso a formatos IRIOs a escala local; lo que genera estimaciones robustas, afrontando así la escasez de información disponible para atender las necesidades de análisis local.

La siguiente figura representa la estructura metodológica llevada a cabo para responder a los objetivos establecidos.

Figura 4: Estructura metodológica IO Regional e Interregional



Escala Subterritorial: Método Path-Q-Plus

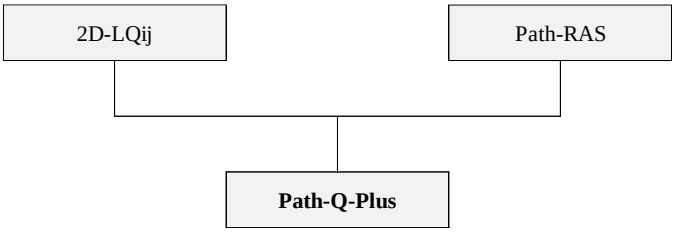


Fuente: Elaboración propia.

Cada proceso llevado a cabo, según se muestra en la tabla anterior, evidencia un ejercicio enfocado en las SUTs, buscando la mayor desagregación posible de información. Esto permite un análisis mucho más robusto, con la construcción consciente de la información, desde su base. Posterior, se busca hacer una desagregación territorial consecuente con una o varias variables de relevancia económica, que facilite la segmentación del territorio, en lo que se llamará de aquí en adelante, áreas funcionales. Estás tendrán a continuación, una relación espacial, proporcionando los centros de gravedad que darán como fruto la matriz PRIOR, la cual cambiará de resultados ante las técnicas LQ trabajadas. Finalmente, se aplicará la variante Path-RAS para el balanceo de matrices con restricciones, proveyendo de los resultados de la nueva metodología.

La metodología propuesta enlaza los 2D-LQ y el balance con restricciones tipo Path-RAS, ambos propuestos por Pereira-López (López & de la Torre Cuevas, 2023; Pereira-López et al., 2020). La relación de estos métodos pretende dar como resultado la eliminación de la concentración de los datos sobre la diagonal principal de las matrices analizadas y exponer unos datos mucho más precisos de las IRIOs a escala local. Gráficamente, se representa como se expone en la Figura 5.

Figura 5. Método Path-Q-Plus



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se detalla la estructura de la Figura 4 en cada uno de los procesos desarrollados, para llegar a los resultados conceptuales del formato IRIO.

ESCALA ESTANDAR REGIONAL

1. *Tablas Supply-Use*

Las TIOs rectangulares se pueden combinar en un único marco contable comúnmente conocido como las SUTs. Estas pueden ser trabajadas con distintas valoraciones de flujos. A precios básicos se registran valores desde la producción y tomando como base la tabla de origen. Alternativamente, se tiene la valoración a precios de adquisición, utilizando la tabla de destino y considerando el registro del empleo y demás valores de distribución.

El principal objetivo por el que se utilizan las SUTs es evitar la agregación de los datos que se generan en las TIOs simétricas impidiendo ver el detalle de algunos bienes y servicios que no aparecen desagregados.

Esquemáticamente, las tablas Supply-Use se pueden presentar el formato contable según la siguiente tabla.

Tabla 2: Tabla Supply -Use (SUT)

	Productos	Industria	Demanda Final	Σ
Productos		$\boldsymbol{U^d}$	$\boldsymbol{Y^d}$	$\boldsymbol{q}$
Productos		$\boldsymbol{U^m}$	$\boldsymbol{Y^m}$	$\boldsymbol{m}$
Valor Añadido		$\boldsymbol{W}$		$\boldsymbol{w}$
Industria	$\boldsymbol{V}$			$\boldsymbol{x}$
Importaciones	$\boldsymbol{M}$			$\boldsymbol{o}$
Σ	$\boldsymbol{q^T + m^T}$	$\boldsymbol{x^T}$	$\boldsymbol{f^T}$	

Fuente: Elaboración propia adaptado de (Pereira López et al., 2023)

Para m productos y n industrias (ramas), las matrices $\boldsymbol{U^d}$ y $\boldsymbol{U^m}$ representan la matriz Use; es decir, el consumo para la producción intermedia de bienes domésticos (d) e importados (m); ambas matrices poseen una dimensión m x n. Las matrices $\boldsymbol{Y^d}$ y $\boldsymbol{Y^m}$ corresponden a la producción doméstica e importada respectivamente para el consumo de la demanda final. Estas matrices poseen una dimensión de m x z, siendo z la representación del número de componentes de demanda final. La matriz $\boldsymbol{W}$ corresponde al Valor Añadido Bruto (VAB), con dimensiones de n x p, con p como el número de componentes del Valor Añadido. $\boldsymbol{V}$, denota la matriz Supply, en la que cada industria provee para cada producto; las dimensiones son n x m, por lo que en este caso se trabajará con la transpuesta de esta matriz ($\boldsymbol{V^T}$) si se pretende lograr desarrollar un modelo producto por producto. La matriz $\boldsymbol{M}$, corresponde a los flujos importados de productos, donde su dimensión es de m x o, donde o, denota el número de orígenes de la importación. Para los vectores se presenta la siguiente definición, $\boldsymbol{q}$ y $\boldsymbol{m}$, son el total de Supply–Use para los productos (tanto domésticos como importados); mientras que los vectores, $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{w}$ representan la suma de cada componente de demanda final y Valor

Añadido de las matrices, respectivamente. Por último, $\boldsymbol{o}$ contine el total de las importaciones por origen.

2. Modelización económica

Para el cálculo de los multiplicadores, se pueden desarrollar dos tipos de relaciones entre productos y ramas de actividad. En un caso se debe obedecer a la estructura de filas de la matriz de producción y en el otro caso a la estructura de columnas. Así se tienen modelos basados en un supuesto de tecnología de producto, donde cada producto se elabora con una tecnología característica, independientemente del sector económico que lo produzca. Para esto, se considera la estabilidad de la matriz de coeficientes de especialización $\boldsymbol{C}$; es decir, se mantiene estable la estructura de filas de la matriz de producción $\boldsymbol{V}$. Es común que los modelos de tecnología por producto presenten problemas en los valores de los multiplicadores dado que fácilmente pueden surgir cifras negativas (ten Raa & Rueda-Cantuche, 2013).

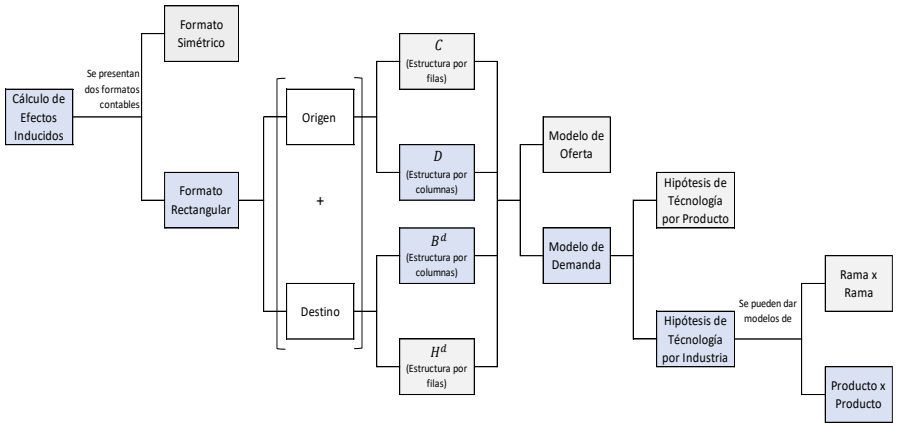
Por otro lado, se tienen modelos basados en un supuesto de tecnología de industria, donde cada producto se fabrica de acuerdo con la tecnología del sector, y la producción de productos secundarios no difiere de la de los productos principales. Aquí se considera la estabilidad de los coeficientes de mercado, $\boldsymbol{D}$. Es decir, la estructura de las columnas de $\boldsymbol{V}$ se mantiene sin cambios.

Para el desarrollo de modelos de demanda se hace uso de inversas de Leontief y vectores que permitan identificar los impactos en la economía ocasionados según la estructura de consumo de los diferentes focos de estudio. Los impactos hallados a partir de los multiplicadores son los directos e indirectos. Los primeros corresponden a los bienes y servicios de la industria sobre la que se está analizando el efecto. Los segundos, son los impactos sobre los bienes y servicios intermedios, es decir, los que apoyan la operación del sector económico de estudio.

3. Extensión matricial

Una vez identificados los efectos directos e indirectos, se busca dar valor a los efectos inducidos correspondientes a la derrama económica ocasionada por el consumo de los residentes de un territorio, a causa del ingreso generado por el empleo en las industrias con un impacto directo e indirecto.

Figura 6. Cálculo de los efectos inducidos a partir del marco Input-Output



Fuente: Elaboración propia

La tabla 7 muestra inicialmente la posibilidad de realizar la búsqueda de los efectos inducidos a través de tablas IO simétricas o rectangulares (de origen y destino). En el contexto simétrico (Miller & Blair, 2009) desarrollaron la búsqueda de los efectos inducidos, añadiendo filas y columnas a la matriz base. En esta investigación se hace la extensión de las matrices, pero a partir de las tablas rectangulares.

Como los efectos inducidos corresponden al consumo doméstico a causa de los salarios adquiridos en los sectores económicos que se ven afectados de manera directa e indirecta, sobre la tabla de origen se trabajó la estructura de la matriz $\boldsymbol{D}$. Para la tabla de destino, se representa $\boldsymbol{B}$ como la matriz de coeficientes técnicos (columna), no homogéneos. Para poder enfocar los resultados por el lado de la demanda, es necesario que se establezca una hipótesis de tecnología de industria con un resultado producto por producto. En el esquema IO rectangular, la dimensión es de productos por industria y, por lo tanto, la demanda final (como variable exógena en el modelo) se presenta por productos.

La matriz de coeficientes de mercado se obtiene según el siguiente producto matricial:

$$\boldsymbol{D} = \widehat{\boldsymbol{q}}^{-1}\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}} \qquad (25)$$

Para más detalle, se tiene que

$$\boldsymbol{V^T} = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{m1} & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix};\ \boldsymbol{\hat{q}^{-1}} \begin{bmatrix} 1/q_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1/q_m \end{bmatrix}$$

Por lo que la transpuesta de $\boldsymbol{D}$ será

$$\boldsymbol{D^T} = (\boldsymbol{\hat{q}^{-1}}\ \boldsymbol{V^T})^T = (\boldsymbol{V^T})^T\ \boldsymbol{\hat{q}^{-1}} = \boldsymbol{V}\ \boldsymbol{\hat{q}^{-1}} \qquad (26)$$

Por otro lado, la matriz de coeficientes interiores se obtiene

$$\boldsymbol{B^d} = \boldsymbol{U^d}\ \boldsymbol{\hat{x}^{-1}} \qquad (27)$$

La multiplicación matricial permite calcular la matriz de coeficientes

$$\boldsymbol{A_I^d} = \boldsymbol{B^d}\ \boldsymbol{D^T} \qquad (28)$$

Para el cálculo de la matriz $\boldsymbol{A_I^d}$, llamada matriz de coeficientes domésticos se requiere de la multiplicación matricial entre la matriz de coeficientes interiores $\boldsymbol{B^d}$ que procede de la tabla de destino de la producción interior a precios básicos y la transpuesta de los coeficientes de mercado $\boldsymbol{D^T}$ que se deriva de la matriz de origen, igualmente a precios básicos. Además, se asegura que $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A_I^d})^{-1} \geq 0$, reflejando multiplicadores no negativos.

Hasta aquí, esta información respondería a los multiplicadores que realizando la inversa de Leontief, permitiría el reconocimiento de los efectos directos e indirectos. Sin embargo, para realizar el cálculo del total de los efectos, incluyendo los inducidos, es necesario que se realice una extensión a la matriz inspirada el modelo de Miyazawa y expuesto por (Miller & Blair, 2009b), en donde se añade al final de la tabla, una columna y una fila.

La columna adicional se representa en la figura dos, como $\gamma_i = \frac{c_i}{C}$, mostrando la participación del consumo de los hogares del producto i, en relación con el total de productos de la economía. A diferencia del modelo de Miyazawa, que utiliza el ingreso total, este modelo emplea únicamente el consumo real que retorna a la economía por parte de los residentes.

La extensión por el lado de la fila es más laboriosa. En este sentido, si $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{Cx}$ entonces $\boldsymbol{q^T} = \boldsymbol{x^T C^T}$.

De modo análogo, se tiene que $\widetilde{\boldsymbol{w}}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}$. Dado que $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{x}}^{-\boldsymbol{1}}$ se obtiene por transposición que

$$\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}} = (\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}\,\widehat{\boldsymbol{x}}^{-\boldsymbol{1}})^{\boldsymbol{T}} = (\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}})^{\boldsymbol{T}}\,\widehat{\boldsymbol{x}}^{-\boldsymbol{1}} = \widehat{\boldsymbol{x}}^{-\boldsymbol{1}}\,\boldsymbol{V} \qquad (29)$$

Por lo que, en términos de coeficientes

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{i}^{\boldsymbol{T}}\,\widehat{\widetilde{\boldsymbol{w}}}\,\widehat{\boldsymbol{q}}^{-\boldsymbol{1}} \qquad (30)$$

Representado matricialmente lo que se muestra a continuación:

$$\boldsymbol{i}^{\boldsymbol{T}} = \begin{bmatrix}1 & \cdots & 1\end{bmatrix};\ \widehat{\widetilde{\boldsymbol{w}}} = \begin{bmatrix}\widetilde{w}_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \widetilde{w}_m\end{bmatrix};\ \widehat{\boldsymbol{q}}^{-\boldsymbol{1}}\begin{bmatrix}1/q_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & 1/q_m\end{bmatrix}$$

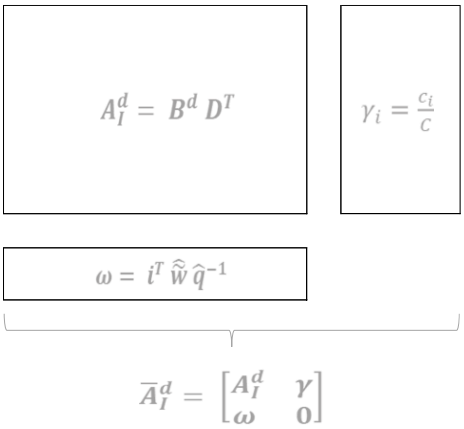
$\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}$ representa la traspuesta de la suma de cada componente de VAB de las matrices en el modelo de Miyazawa; sin embargo, tener en consideración el VAB implica estar contando con valores, como las cotizaciones sociales que no hacen parte del consumo real, llevando a una sobre valoración del impacto inducido. En este caso, el VAB, es cambiado por el vector de sueldos y salarios. Por otro lado, $\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}$ corresponde a la traspuesta de la matriz de coeficientes de especialización. Una vez obtenido el resultado, se realiza la diagonalización del vector representado en $\widehat{\widetilde{\boldsymbol{w}}}$. Adicionalmente, $\widehat{\boldsymbol{q}}^{-\boldsymbol{1}}$, hace referencia a la inversa diagonalizada del total de la producción (tanto domésticos como importados) de la tabla de origen.
Entonces se extiende la matriz:

$$\overline{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{I}}^{\boldsymbol{d}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{I}}^{\boldsymbol{d}} & \boldsymbol{\gamma}\\ \boldsymbol{\omega} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$$

Por lo que se logra la correspondiente inversa $\left(\boldsymbol{I} - \overline{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{I}}^{\boldsymbol{d}}\right)^{-\boldsymbol{1}}$.

esquemáticamente

Figura 7: Estructura para la medición de los impactos indirectos e inducidos



Fuente: Elaboración propia.

En síntesis, la Figura 1 muestra esquemáticamente el resultado de una matriz producto por producto, a partir de las SUTs y la extensión de la matriz por filas y columnas para la búsqueda de los efectos inducidos.

4. Impactos económicos y ambientales

Los impactos económicos, corresponden entonces a los efectos directos, indirectos hallados con los multiplicadores y los efectos inducidos, con la extensión matricial de manera general. De requerirse el detalle según las características de consumo de ciertos individuos económicos, se necesita de los vectores que puedan multiplicarse con la inversa de Leontief inicial y la que resulta de la matriz extendida.

Para el cálculo de implicaciones ambientales, por ejemplo, una vez identificados los datos de la matriz, se realiza la inversa de Leontief con la extensión de la fila y la columna $\left(\boldsymbol{I} - \overline{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{I}}^{\boldsymbol{d}}\right)^{-\mathbf{1}}$; posteriormente se premultiplica la nueva matriz extendida por el vector de ratios de impacto ambiental (en los próximos capítulos se evidencia la construcción de un vector de CO2 por miles de toneladas). Por último, se postmultiplica por la variable independiente del modelo que en este caso sería el vector según el tipo de consumo.

Lo anterior, permite extraer del modelo de demanda una matriz que se deriva de la multiplicación de la inversa por matrices diagonales

$$\boldsymbol{K} = \hat{\boldsymbol{e}}\left(\boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{I}}^{\boldsymbol{d}}\right)^{-\mathbf{1}}\hat{\boldsymbol{y}} \qquad (31)$$

El elemento genérico es del siguiente modo:

$$k_{ij} = e_i \bar{\alpha}_{ij}^{d} y_j \qquad (32)$$

De esa forma, se manifiestan correcciones de la inversa de Leontief (del sistema económico) por filas y columnas para lograr los resultados deseados. Por filas, actúan las ratios de emisiones de CO2 o el vector ambiental con que se desee trabajar y por columnas, las estructuras de las distintas tipologías de consumo. Este hecho, permite mapear los resultados a nivel desagregado por celdas.

ESCALA SUBTERRITORIAL

La formulación en el desarrollo de MRIOs es variada. Entre ellas, se encuentran ciertas técnicas que por sí mismas, o de forma combinada, logran marcos contables IO susceptibles de uso, como se evidenció en el capítulo anterior. Por lo que cada técnica depende en la información con la que se cuente.

Ahora bien, la disponibilidad de marcos contables a nivel regional no asegura la viabilidad de estudios al descender de nivel. En este sentido, es factible explotar adecuadamente datos contables con otro tipo de información, por ejemplo, de índole laboral. Por lo general, las dimensiones de la información disponible no coinciden. Además, la incorporación de datos a los modelos implica que los algoritmos estándares no sean válidos para su posible aplicación. Es así como los múltiples datos actúan a modo de restricciones de problemas de optimización que dificultan la obtención de soluciones robustas.

Para escenarios con bastante información acerca del comercio interregional, existe un procedimiento común que consiste en repartir los coeficientes técnicos de cada región según la ponderación de comercio doméstico e importado. De ese modo, se logra un marco IRIO (Miller & Blair, 2022).

La matriz desagregada de flujos transaccionales según las p regiones se puede expresar mediante

$$^{D}\boldsymbol{Z} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_{11}} & \boldsymbol{Z_{12}} & \cdots & \boldsymbol{Z_{1p}} \\ \boldsymbol{Z_{21}} & \boldsymbol{Z_{22}} & \cdots & \boldsymbol{Z_{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{Z_{p1}} & \boldsymbol{Z_{p2}} & \cdots & \boldsymbol{Z_{pp}} \end{pmatrix}_{mp \times mp}$$

En donde el elemento genérico se simbolizará mediante $z_{ij/hk}, \forall i, j = 1,2, \dots, m. \forall h, k = 1,2, \dots, p$. En este contexto las regiones se simbolizan por h (origen) y k (destino). A través de los subíndices se expresan las matrices de flujos domésticos en la diagonal principal y las restantes representan los correspondientes flujos importados.

En términos de coeficientes, se tiene

$$^{D}\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A_{11}} & \boldsymbol{A_{12}} & \cdots & \boldsymbol{A_{1p}} \\ \boldsymbol{A_{21}} & \boldsymbol{A_{22}} & \cdots & \boldsymbol{A_{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{A_{p1}} & \boldsymbol{A_{p2}} & \cdots & \boldsymbol{A_{pp}} \end{pmatrix}_{mp \times mp}$$

De forma análoga, el elemento genérico se simbolizará por $a_{ij/hk}$.

Partiendo de un escenario en el que se conoce las matrices de coeficientes (totales) de las regiones y los vectores de comercio por sector ($i = 1,2, \dots, m$) entre las regiones h y k, $\boldsymbol{t_{hk}}$, se obtiene

$$^{D}\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{11}} & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{12}} & \cdots & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{1p}} \\ \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{21}} & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{22}} & \cdots & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{p1}} & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{p2}} & \cdots & \hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{pp}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{A_1^{tot}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A_2^{tot}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{A_p^{tot}} \end{pmatrix}$$

Los elementos del vector de comercio son de la forma $t_{i/hk}$.

$\boldsymbol{A_k^{tot}}$ representa la matriz de coeficientes técnicos de la región k. Se hace explícito el superíndice *tot* para evitar posibles confusiones.

Las matrices diagonales $\hat{\boldsymbol{t}}_{\boldsymbol{hk}}$ permiten una desagregación de coeficientes para las regiones h y k que se relacionan comercialmente. De tal forma, que se formalizan rectificaciones (por

filas) para cada región que afectan a los flujos domésticos e importados de las otras regiones. Este esquema de reparto es simple, pero en determinados casos no es aplicable

Las matrices de carácter diagonal también aparecen en otro enfoque comúnmente utilizado, que trata de mostrar las proporciones de cada mercancía dentro de ese intercambio de flujos entre regiones. La notación es presentada como (SHIN) (Bonet-Morón et al., 2020; Haddad et al., 2002, 2013). Bajo el enfoque SHIN se construyen submatrices diagonales que, combinadas con la matriz de referencia, aportan el marco IO interregional.

Así, para la construcción de la submatriz doméstica se tienen los elementos de la diagonal principal de la siguiente forma:

$$\forall i = 1,2,\dots,m\ \ SHIN_{i/hk} = \left[mín\left\{\frac{supply_{i/h}}{demand_{i/h}}, 1\right\}\right]\lambda_i, if\ h = k. \qquad (33)$$

$SHIN_{i/hk}$ es la proporción del producto i que va desde la región h a la región k.

$supply_{i/h}$ es la oferta del producto i en la región h.

$demand_{i/h}$ es la demanda del producto i en la región h.

λ_i es un escalar específico por filas.

En la práctica, muchas celdas $SHIN_{i/hk} = \lambda_i$. El escalar va variando en función de la orientación a transaccionar el correspondiente producto. Las notaciones no se corresponden con las utilizadas habitualmente en (Bonet-Morón et al., 2020; Haddad, 2018; Haddad et al., 2013). Si bien se opta por plasmarlo así porque facilitará la conexión con las notaciones empleadas en otras técnicas.

Para la construcción de las submatrices de importaciones, su elemento genérico es de la siguiente forma.

$$\forall i = 1,2,\dots,m\ \ SHIN_{i/hk} = \frac{wsupply_{i/h}}{d(h,k)}\left(\sum_h \frac{d(h,k)}{wsupply_{i/h}}\right)(1 - SHIN_{i/hk}), if\ h \neq k \qquad (34)$$

$wsupply_{i/h}$ es el peso de la oferta del producto i de la región h dentro del conjunto de las regiones.

La idea de reparto de estas dos técnicas es susceptible de usarse en otros contextos. Sin embargo, en el caso de la construcción de IRIOs a escala local, no es posible utilizar estás técnicas por si solas, dada la falta de información. En la estructura metodológica propuesta, se utilizará el método 2D-LQ para estimar flujos de comercio entre regiones y finalmente, se recurre al enfoque Path-RAS, superando así, las limitaciones descritas y dando como resultado un marco IO contable que respeta los datos disponibles y garantiza el significado económico.

Los siguientes apartados, hacen explícitas, las fases llevadas a cabo para el desarrollo de la metodología Path-Q-Plus.

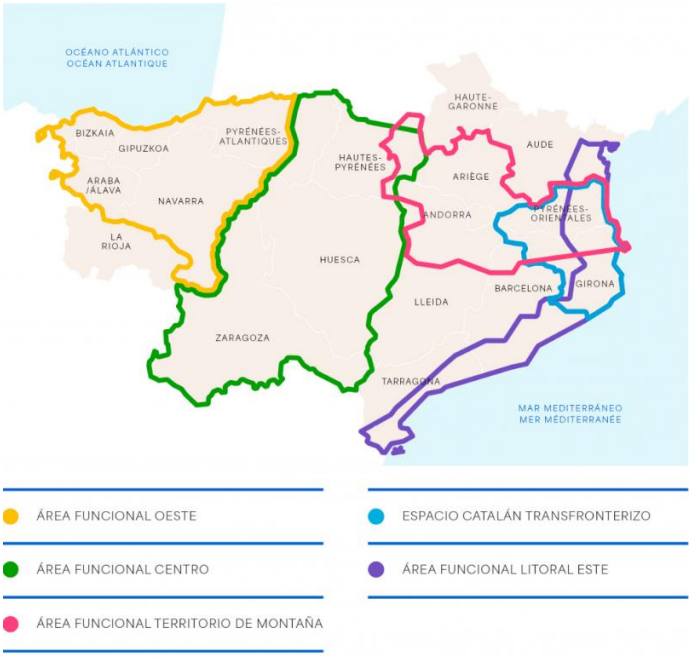
5. *Identificación de las áreas funcionales*

Establecer las estructuras regionales sobre las cuales se pretende construir IRIOs es el primer paso para establecer una relación consciente de la información disponible para el análisis posterior de los resultados, pudiendo identificar si tienen o no conclusiones efectivas.

Es así como surge el concepto de áreas funcionales. Estas son definidas como espacios territoriales con un nivel alto de interacción e interdependencia en aspectos como el mercado laboral, la salud, la educación, entre otros (European Union, 2021). Son relevantes porque dicha interdependencia puede llevar a la construcción de políticas o acciones de manera simultánea, con el fin de presentar resultados satisfactorios.

En este sentido, con el objetivo político “Una Europa más cercana a sus ciudadanos” en el periodo de programación de la cooperación territorial 2021-2027, la Comisión Europea propone la identificación de áreas funcionales. Un ejemplo concreto de áreas funcionales, fueron las definidas por el programa POCTEFA para España, donde se determinaron cinco áreas de acuerdo con operaciones de importancia estratégica territorial. La idea central es la creación de una estructura de gestión por cada zona demarcada, como se evidencia en la siguiente figura.

Figura 8. Áreas funcionales programa operativo 2021-2027 (aprobadas por la Comisión Europea)



Fuente: (European Union, 2021

Una vez prefijadas o detectadas las áreas funcionales basadas en un criterio de fuerza interregional, se procede a reconocer la espacialidad de la información, bien sea por latitudes y longitudes, o por coordenadas. Finalmente, la relación de la información concebida en esta etapa llevará a la identificación de los centros de gravedad de producción.

6. *Centros de gravedad de producción*

Un centro de gravedad de producción representa un punto geográfico que fija la localización de la producción de un sector económico o de un bien o servicio en concreto, facilitando la asignación espacial de la producción nacional a localidades más pequeñas. El centro de gravedad permite, en la desagregación de las tablas IO a nivel regional, el reconocimiento de donde se efectúa determinada producción a partir de variables base, como el volumen de

producción, el empleo por sector, el consumo, el PIB regional, entre otros (Flegg & Webber, 1997; Lahr, 1993; Miller & Blair, 2009).

Desde los datos de empleo por productos y micro áreas (ayuntamientos, comarcas) es factible lograr una aproximación –a modo de centros de gravedad– que es susceptible de uso para la construcción de una matriz de distancias. Se puede denotar por $I^*_{xy}(z_{i/h})$ al centro de gravedad de producción del bien o servicio i del área h.

Dentro de la lógica IO es posible cuantificar la distancia entre dos centros de gravedad. En la siguiente notación matemática, donde se recurre a la distancia euclidiana, se consideran dos productos y dos áreas de forma respectiva.

$$d_2(I^*_{xy}(z_{i/h}), I^*_{xy}(z_{j/k})) \qquad (35)$$

7. Cocientes de localización.

Como se mencionó anteriormente, los cocientes de localización se emplean para proyectar marcos contables de regiones a partir de los coeficientes nacionales. En síntesis, la forma de obtener las proyecciones viene dada por

$$\boldsymbol{A_{hh} = A \otimes LQ_h} \qquad (36)$$

Donde el símbolo ⊗ se refiere a la multiplicación de las matrices celda a celda. De este modo, se van rectificando los coeficientes de referencia a partir de fórmulas que recogen los grados de especialización sectorial. Es preciso comentar que la matriz $\boldsymbol{A}$ en algunos casos es de coeficientes técnicos (totales) y en otros la de coeficientes domésticos. En concreto, la formulación 2D-LQ actúa sobre $\boldsymbol{A^d}$. A partir de ahora, las notaciones para referirse a los coeficientes dados por la interrelación regional vienen dadas por subíndices.

Una vez identificadas las distintas áreas funcionales del territorio a desagregar, así como los centros de gravedad de producción por áreas funcionales, corresponde dar los pasos para diseñar un marco contable que evite en la medida de lo posible sobrestimaciones, o subestimaciones, de submatrices que condicionen los análisis. Se plantea un formato IO interregional a partir del 2D-LQ. También se tendrán presentes otras técnicas LQ, tal como el SLQ, CILQ, FLQ y HTLQ.

8. Matriz PRIOR

A partir de la matriz de coeficientes $\boldsymbol{A}$, se hace una desagregación para las p áreas funcionales, con el fin de elaborar una matriz de flujos interindustriales (en este caso producto por producto), en adelante, llamada matriz PRIOR, sobre la que se aplicará un proceso iterativo bajo el enfoque del Path-RAS para garantizar el significado económico de la demanda final. En relación con la idea de reparto de coeficientes (domésticos e importados), es necesario recurrir a una matriz de reparto, como la considerada en el enfoque SHIN. Aquí se expone inicialmente, la matriz de reparto $\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}$, que se corresponde con una matriz normalizada que no altera los equilibrios contables. La matriz se construye a partir de la siguiente aproximación:

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\Pi_{12}} & \cdots & \boldsymbol{\Pi_{1p}} \\ \boldsymbol{\Pi_{21}} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{\Pi_{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\Pi_{p1}} & \boldsymbol{\Pi_{p2}} & \cdots & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Por lo que la submatriz genérica $\boldsymbol{\Pi_{hk}}, h, k = 1,2, \dots, p. (h \neq k)$ tiene por elemento característico

$$\pi_{ij/hk} = f(SLQ_{i/h}, (d_2(I^*_{xy}(z_{i/h}), I^*_{xy}(z_{j/k}))) = \frac{SLQ_{i/h}}{d_2(I^*_{xy}(z_{i/h}), I^*_{xy}(z_{j/k}))}. \qquad (37)$$

Los grados de especialización, en este caso solo de filas, serán determinantes en el reparto de los flujos bien sea domésticos o importados. Aunque en el denominador se emplea la distancia euclidiana, este podría cuantificarse de diferentes maneras, como por ejemplo la distancia por kilómetros, en tiempos, entre otras.

De este modo, se logra una aproximación –celda a celda– de partición que debe ser normalizada para asegurar el equilibrio columna a columna. Por lo que se calcula el sumatorio del peso de las distintas áreas para cada posición ij y por la correspondiente columna k; es decir, $\sum_h \ \pi_{ij/hk}$ para efectuar los correspondientes ajustes:

$$\tilde{\pi}_{ij/hk} = \frac{\pi_{ij/hk}}{\sum_h \ \pi_{ij/hk}} \qquad (38)$$

En consecuencia, se tiene que $\sum_h \ \tilde{\pi}_{ij/hk} = 1$.

Entonces, la matriz PRIOR en términos de coeficientes se obtiene de la siguiente forma:

$$^{D}\boldsymbol{A} = \ddot{\boldsymbol{A}} \otimes {}^{D}\boldsymbol{LQ} \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}. \qquad (39)$$

A efectos de simplificar las notaciones, en la matriz de coeficientes domésticos se prescindirá del superíndice d.

También se puede expresar de forma más compacta.

$$^{D}\boldsymbol{A} = \ddot{\boldsymbol{A}} \otimes {}^{D}\widetilde{\boldsymbol{LQ}}. \qquad (40)$$

A través de $^{D}\widetilde{\boldsymbol{LQ}}$ se garantizan las restricciones que marcan la matriz desagregada.

Para más detalle

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A_{11}} & \boldsymbol{A_{12}} & \cdots & \boldsymbol{A_{1p}} \\ \boldsymbol{A_{21}} & \boldsymbol{A_{22}} & \cdots & \boldsymbol{A_{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{A_{p1}} & \boldsymbol{A_{p2}} & \cdots & \boldsymbol{A_{pp}} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \boldsymbol{LQ_1} & \boldsymbol{N - LQ_2} & \cdots & \boldsymbol{N - LQ_p} \\ \boldsymbol{N - LQ_1} & \boldsymbol{LQ_2} & \cdots & \boldsymbol{N - LQ_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{N - LQ_1} & \boldsymbol{N - LQ_2} & \cdots & \boldsymbol{LQ_p} \end{pmatrix} \otimes$$

$$\otimes \begin{pmatrix} \boldsymbol{N} & \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{12}} & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{1p}} \\ \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{21}} & \boldsymbol{N} & \cdots & \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{p1}} & \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{p2}} & \cdots & \boldsymbol{N} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{A} & \boldsymbol{A} & \cdots & \boldsymbol{A} \end{pmatrix} \otimes$$

$$\otimes \begin{pmatrix} \boldsymbol{LQ_1} & (\boldsymbol{N - LQ_2}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{12}} & \cdots & (\boldsymbol{N - LQ_p}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{1p}} \\ (\boldsymbol{N - LQ_1}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{21}} & \boldsymbol{LQ_2} & \cdots & (\boldsymbol{N - LQ_p}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\boldsymbol{N - LQ_1}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{p1}} & (\boldsymbol{N - LQ_2}) \otimes \widetilde{\boldsymbol{\Pi}}_{\boldsymbol{p2}} & \cdots & \boldsymbol{LQ_p} \end{pmatrix}$$

En donde $\boldsymbol{N}$ es una matriz de unos.

Aquí interfieren tres matrices. La primera es la matriz de coeficientes del territorio de referencia. La segunda plasma las distintas submatrices, que, analizadas por bloques de columna, se tiene en la diagonal principal la submatriz de los LQs para proyectar los coeficientes (domésticos) del área funcional y las restantes facilitarán las estimaciones de las submatrices de importaciones de las otras áreas. Por último, se tiene una matriz de reparto para asegurar los equilibrios contables, en las que se integran información de las distancias entre centros e gravedad de producción, y grados de especialización laboral por productos, para todas las áreas.

Puede observarse que hay una diferencia en las rectificaciones, bien sea en la diagonal principal o bien sea en las submatrices de importaciones. La razón principal de que así sea viene dada por la formulación de los LQs, que no contemplan la distancia en el momento de buscar los parámetros idóneos para realizar las proyecciones contables y sus posteriores extrapolaciones a otros contextos.

Las matrices $^{D}\boldsymbol{LQ}$ y $\widetilde{\boldsymbol{\Pi}}$ no tienen una única expresión. Aunque se presentan en un formato base, ambas son susceptibles de incorporar otro tipo de información, o incluso se podría simplificar, por ejemplo, si las estructuras productivas del territorio de referencia son conocidas.

Por último, se resalta la necesidad de obtener por elevación la matriz PRIOR en términos de flujos $^{D}\boldsymbol{Z}$ sobre la que se le aplicará el proceso iterativo.

9. Enfoque Path-RAS en el contexto Origen-Destino

El algoritmo Path-RAS se desarrolló inicialmente para actualizar formatos IO simétricos en aquellos escenarios de mínima información, intentando dar respuesta a ciertas debilidades del método EURO (López et al., 2013). En concreto, la formulación del algoritmo elimina problemas de divergencia en el proceso de búsqueda de soluciones y no rompe los equilibrios contables en las distintas iteraciones. Después, se hizo una adaptación al formato rectangular, trabajando simultáneamente con las tablas de origen y destino (Pereira-López & Rueda-Cantuche, 2013)

La idea principal de este algoritmo, y de sus adaptaciones, radica en hacer repartos de las diferencias entre estimaciones a modo de efecto rebote –se aumenta o pierde valor cada celda– según las sendas de reparto marcados por los equilibrios contables. Se puede decir

que es un procedimiento de ajuste que se ampara en las relaciones contables características del análisis IO y que, a su vez, se apoya en el RAS básico, véase (Pereira-López & Rueda-Cantuche, 2013). Los ajustes se realizan sucesiva y simultáneamente en las matrices que componen el marco contable de acuerdo con la información disponible.

Antes de abordar la formulación del algoritmo, se recuerdan los vectores y matrices que constituyen las SUTs. A efectos de simplificación, no se entra de una forma explícita en la desagregación de flujos, domésticos e importados, aunque sería posible.

Para la aplicación del procedimiento es preciso conocer las SUTs del año base. Sus elementos se simbolizan como se indica a continuación:

$\boldsymbol{V}(\mathbf{0})$ – matriz de producción ($n \times m$).

$\boldsymbol{U}(\mathbf{0})$ – matriz de consumos intermedios ($m \times n$).

$\boldsymbol{Y}(\mathbf{0})$ – matriz de demanda final ($m \times f$).

$\underline{\boldsymbol{u}}(\mathbf{0})$– vector de inputs intermedios ($n \times 1$).

$\bar{\boldsymbol{u}}\ (\mathbf{0})$ – vector de demanda intermedia ($m \times 1$).

$\boldsymbol{v}(\mathbf{0})$ – vector de valores añadidos por sectores ($n \times 1$).

$\boldsymbol{m}(\mathbf{0})$ – vector de importaciones ($m \times 1$).

$\boldsymbol{x}(\mathbf{0})$ – vector de producción por ramas de actividad ($n \times 1$).

$\boldsymbol{q}(\mathbf{0})$ – vector de producción por productos ($n \times 1$).

Para el año que se pretende realizar la actualización de las SUTs, también se necesitan conocer algunas magnitudes. En concreto, se precisan al menos las siguientes:

$\boldsymbol{v}(\mathbf{1})$ – vector de valor añadido ($n \times 1$).

$\underline{\boldsymbol{y}}(\mathbf{1}) = \boldsymbol{Y}(\mathbf{1})^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{i}$ – totales de las componentes de la demanda final ($f \times 1$).

$\underline{\boldsymbol{m}}(\mathbf{1})$ – total de importaciones (1×1).

Por lo tanto, se tiene el vector de tasas de crecimiento de los totales de las componentes de la demanda final[4]:

$$\boldsymbol{g}^{\underline{\boldsymbol{y}}} = ([\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(\mathbf{0})]^{-1}\underline{\hat{\boldsymbol{y}}}(\mathbf{1}))\boldsymbol{i} \qquad (41)$$

y la tasa de crecimiento de las importaciones:

$$\boldsymbol{g}^{\boldsymbol{m}} = \frac{\underline{\boldsymbol{m}}(\mathbf{1})}{\underline{\boldsymbol{m}}(\mathbf{0})} \qquad (42)$$

Además, resulta imprescindible recordar que, para un determinado año, el total de producción –doméstica e importada– es igual a la suma de la demanda intermedia y final por productos:

$$\boldsymbol{q}(\mathbf{0}) + \boldsymbol{m}(\mathbf{0}) = \boldsymbol{U}(\mathbf{0})\boldsymbol{i} + \boldsymbol{Y}(\mathbf{0})\boldsymbol{i} = \bar{\boldsymbol{u}}(\mathbf{0}) + \boldsymbol{y}(\mathbf{0}) \qquad (43)$$

Desde la otra óptica contable, se tiene que la producción por industrias se corresponde con la suma de inputs intermedios y primarios:

$$\boldsymbol{x}(\mathbf{0}) = [\boldsymbol{U}(\mathbf{0})]^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{v}(\mathbf{0}) = \underline{\boldsymbol{u}}(\mathbf{0}) + \boldsymbol{v}(\mathbf{0}) \qquad (44)$$

La formulación del algoritmo Path-RAS para actualizar SUT es la siguiente:

Primera iteración

Paso 1.1

Inicialmente, con base en la estabilidad de los coeficientes técnicos, se estima una matriz de consumo intermedio. Es decir, la matriz inicial es corregida $\boldsymbol{U}(\mathbf{0})$**,** según la tasa de variación de los inputs intermedios $\boldsymbol{g}^{\underline{\boldsymbol{u}}}$**.**

$$\boldsymbol{U}^{(\mathbf{1})} = \boldsymbol{U}(\mathbf{0})\hat{\boldsymbol{g}}^{\underline{\boldsymbol{u}}} \qquad (45)$$

[4] La notación *g* simboliza las diferentes tasas brutas de variación y los superíndices asociados a *g* hacen referencia a la correspondiente magnitud vectorial.

Por lo tanto, es posible llegar a la primera aproximación del vector de demanda intermedia a través de la senda hacia la derecha

$$\bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{right(1)}} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{i\bullet}}^{\boldsymbol{(1)}} = \boldsymbol{U}^{\boldsymbol{(1)}}\boldsymbol{i} \tag{46}$$

Es necesario obtener previamente la matriz de producción a través de la hipótesis de estabilidad de los coeficientes de especialización. Es decir, debe ser

$$\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T(1)}} = \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{1})(\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{0}))^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{0}) \tag{47}$$

Luego, sumando las filas de los elementos de la matriz transpuesta de producción, se estima el primer vector de producción por producto $\boldsymbol{q}^{\boldsymbol{(1)}} = \boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T(1)}}\boldsymbol{i}$.

Paso 1.2

La matriz de demanda final $\boldsymbol{Y}^{\boldsymbol{(1)}}$, es estimada a través de la doble corrección de filas y columnas. Se debe asegurar la suma de las columnas, indicada concretamente por la tasa de los componentes totales de la demanda final $\boldsymbol{g}^{\underline{\boldsymbol{y}}}$.

Lo anterior se expresa como:

$$\bar{\boldsymbol{y}}^{\boldsymbol{left(1)}} = \boldsymbol{Y}^{\boldsymbol{(1)}}\boldsymbol{i} = [(\hat{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{e}}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{0}))\hat{\boldsymbol{g}}^{\underline{\boldsymbol{y}}}]\boldsymbol{i} \tag{48}$$

Una corrección proporcional inicial, parece estar de acuerdo con la variación de los empleos por producto $\boldsymbol{g}^{\boldsymbol{e}}$.

A partir de aquí, se obtiene la demanda intermedia, en este caso, mediante la senda hacia la izquierda.

$$\bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{left(1)}} = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{(1)}} - \bar{\boldsymbol{y}}^{\boldsymbol{left(1)}} \tag{49}$$

Paso 1.3

Por lo general, $\bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{right(1)}}$ y $\bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{left(1)}}$, no son coincidentes. Por lo que surge una diferencia proveniente de ambas trayectorias de estimación. En un efecto rebote, la matriz de consumos intermedios es modificada, estimándose en la última posición $\boldsymbol{U^{(1)}}$ de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{U^{(2)} = [(1-\alpha)\hat{u}^{right\ (1)} + \alpha\hat{u}^{left\ (1)}]\left(\hat{u}^{right\ (1)}\right)^{-1}U^{(1)}} \qquad (50)$$

El parámetro $\boldsymbol{\alpha}$, es una constante positiva (aunque no en todos los casos), que toma valores cercanos a cero.

Paso 1.4

Ahora la estimación de los inputs intermedios es $\underline{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{left(1)}} = [\boldsymbol{U^{(2)}}]^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{i}$.
Por lo que la matriz de consumos intermedios debe ser reestimada a partir de correcciones en las columnas:

$$\boldsymbol{U^{(2c)} = U^{(2)}(\underline{\hat{u}}^{left(1)})^{-1}[(1-\beta)\underline{\hat{u}}^{left(1)} + \beta\underline{\hat{u}}(1)]} \qquad (51)$$

De forma similar, el parámetro $\boldsymbol{\beta}$ es una constante positiva (no necesariamente), que toma valores cercanos a cero.

Segunda iteración

Paso 2.1

La producción por productos, reflejada en la matriz de producción, es $\boldsymbol{q^{(2)} = q^{(1)}}$, por lo tanto, se considera que $\boldsymbol{e^{(2)} = e^{(1)}}$, también tiene $\bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{right(2)}} = \boldsymbol{U^{(2c)}i}$.

Paso 2.2

Se obtiene el siguiente vector que estima la demanda final por productos:

$$\bar{\boldsymbol{y}}^{\boldsymbol{rigth(1)}} = \boldsymbol{e^{(1)}} - \bar{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{right\ (2)}} \qquad (52)$$

La matriz $\boldsymbol{Y^{(2)}}$ es estimada

$$\boldsymbol{Y^{(2)} = [\hat{y}^{right(1)}(\hat{y}^{left(1)})^{-1}Y^{(1)}]\underline{\hat{y}}(1)(\underline{\hat{y}}^{(1)})^{-1}} \quad (53)$$

Donde $\boldsymbol{\underline{y}^{(1)} = [\hat{y}^{right(1)}(\hat{y}^{left(1)})^{-1}Y^{(1)}]^{T}i}$.

Paso 2.3

En este punto

$$\boldsymbol{\bar{u}^{left\ (2)} = e^{(2)} - \bar{y}^{\ left(2)}} \quad (54)$$

Donde $\boldsymbol{\bar{y}^{\ left(2)} = Y^{(2)}i}$.

La otra estimación de demanda intermedia es $\boldsymbol{\bar{u}^{right\ (2)}}$. Estos dos vectores continúan aproximándose a cero, pero en esta segunda fase de iteración, es normal que se distancien. Por lo tanto, la corrección de las filas avanza como se indica a continuación:

$$\boldsymbol{U^{(3)} = [(1-\alpha)\hat{u}^{right\ (2)} + \alpha\hat{u}^{left\ (2)}]\left(\hat{u}^{right\ (2)}\right)^{-1}U^{(2c)}} \quad (55)$$

Paso 2.4

La matriz de consumos intermedios previamente estimada se modifica de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{U^{(3c)} = U^{(3)}(\underline{\hat{u}}^{left(2)})^{-1}[(1-\beta)\underline{\hat{u}}^{left(2)} + \beta\underline{\hat{u}}(1)],} \quad (56)$$

Donde el vector $\boldsymbol{\underline{u}^{left(2)} = [U^{(3)}]^{T}i}$.

Las dinámicas de iteración continuaran hasta que las estimaciones del vector de demanda intermedia final y el vector por productos, sean prácticamente iguales.

A continuación, se realiza la correspondiente adaptación del Path-RAS para garantizar el significado económico del marco IRIO. Se procede a introducir las notaciones que faciliten la explicación del enfoque Path-RAS en este contexto de proyección de marcos interregionales. Se entiende que es suficiente indicar solamente las modificaciones sobre la formulación básica. En procesos de optimización se podrían determinar los parámetros

idóneos. En este caso, no se introducen parámetros dado que se desconoce la matriz desagregada; es decir, no procede el proceso de calibrado.

El algoritmo iterativo estará condicionado por las restricciones de las márgenes de la matriz desagregada. En concreto; son las siguientes:

$$z_{i\blacksquare} = \sum_{j} z_{ij} = \sum_{j,h,k} z_{ij/hk} \qquad (57)$$

$$z_{\blacksquare j} = \sum_{i} z_{ij} = \sum_{i,h,k} z_{ij/hk} \qquad (58)$$

De igual modo, también hay que garantizar que las sumas de las distintas submatrices respectan los elementos de la posición de referencia

$$z_{ij} = \sum_{h,k} z_{ij/hk} \qquad (59)$$

Podría plantearse un proceso de reparto triproporcional en el que interfieren las filas, las columnas y los elementos; sin embargo, este procedimiento conllevaría a entrar fácilmente en bucles. Por lo que se articula un proceso que engloba el RAS básico por rondas, acompañado de la búsqueda de significado económico y los debidos ajustes por elementos.

Dado que en las distintas rondas de RAS ($t = 1,2, \dots$) irán surgiendo distintas matrices, estas se simbolizarán mediante $^{D}\boldsymbol{Z}^{(t)}$, que serán objecto de rectificaciones en determinados casos para asegurar el significado económico y las restricciones dadas por la matriz base. Las matrices rectificadas se denotarán por $^{D}\boldsymbol{Z}^{(tc)}$ y $^{D}\boldsymbol{Z}^{(tcc)}$. Sus respectivos elementos genéricos serán $z_{ij/hk}^{(t)}$, $z_{ij/hk}^{(tc)}$ y $z_{ij/hk}^{(tcc)}$.

Las vectores de demanda intermedia, consumos intermedios, demanda final y producción desagregados por áreas se simbolizan del siguiente modo:

$$^{D}\bar{\boldsymbol{z}} = \begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{z}}_1 \\ \vdots \\ \bar{\boldsymbol{z}}_p \end{pmatrix}_{1\times mp}$$

$$^{D}\underline{\boldsymbol{z}} = \begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{z}}_1 \\ \vdots \\ \underline{\boldsymbol{z}}_p \end{pmatrix}_{1\times mp}$$

$$^{D}\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_p \end{pmatrix}_{1\times mp}$$

$$^{D}\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_p \end{pmatrix}_{1\times mp}$$

De forma análoga, se indicarán las distintas rondas iterativas y sus correspondientes rectificaciones (en determinados casos, dos o más rectificaciones).

Inicialmente, es necesario comprobar si la matriz PRIOR en términos de flujos $^{D}\boldsymbol{Z}^{(0)}$ tiene asociado un vector de demanda final con significado económico. Esta primera matriz cumple las restricciones anteriormente especificadas. Sin pérdida de la generalidad, se trabajará con el vector de demanda, aunque se podría recurrir a la desagregación por componentes.

La aproximación inicial de $^{D}\boldsymbol{x}^{(0)}$ se obtiene a partir de los datos de empleo por sectores. Estos últimos deben ser transformados a productos para aplicar dicha aproximación.

Dado que la primera estimación del vector de demanda intermedia $^{D}\boldsymbol{Z}^{(0)}\boldsymbol{i} = {}^{D}\bar{\boldsymbol{z}}^{(0)}$ fácilmente nos puede llevar a incongruencias, se recurre a la relación contable básica

$$^{D}\boldsymbol{y}^{(0)} = {}^{D}\boldsymbol{x}^{(0)} - {}^{D}\bar{\boldsymbol{z}}^{(0)} \qquad (60)$$

Ver si ${}^{D}\boldsymbol{y}^{(0)} \geq 0$. Por lo que se introduce un mecanismo corrector para ejecutar la rectificación de los tres vectores implicados.

$$\text{Si, } {}^{d}y_{i/h}^{(0)} < 0 \Longrightarrow \begin{cases} {}^{d}x_{i/h}^{(0c)} = {}^{d}x_{i/h}^{(0)} - {}^{d}y_{i/h}^{(0)}, & si\ x_i > 0 \\ {}^{d}x_{i/h}^{(0c)} = 0, & si\ x_i = 0 \\ {}^{d}\bar{z}_{i/h}^{(0c)} = {}^{d}\bar{z}_{i/h}^{(0)} + {}^{d}y_{i/h}^{(0)} & \end{cases} \qquad (61)$$

Por lo que se tienen los vectores ${}^{D}\boldsymbol{x}^{(0c)}$ y ${}^{D}\bar{\boldsymbol{z}}^{(0c)}$. Ahora es necesario re-escalar los anteriores vectores adecuadamente para que se cumplan las restricciones $\sum_h x_{i/h} = x_i$ y $\sum_h \bar{z}_{i/h} = \bar{z}_i$. Por lo que se tienen los vectores ${}^{D}\boldsymbol{x}^{(0cc)}$ y ${}^{D}\bar{\boldsymbol{z}}^{(0cc)}$.

De forma simultánea corresponde rectificar la matriz ${}^{D}\boldsymbol{Z}^{(0)}$ por columnas

$${}^{D}\boldsymbol{Z}^{(0c)} = {}^{D}\boldsymbol{Z}^{(0)}\,{}^{D}\hat{\boldsymbol{x}}^{(0cc)}\left[{}^{D}\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}\right]^{-1} \qquad (62)$$

La corrección por columnas viene dada por $\left[{}^{D}\boldsymbol{Z}^{(0c)}\right]^{T}\boldsymbol{i} = {}^{D}\underline{\boldsymbol{z}}^{(0c)}$

Se hace necesario implementar un mecanismo de reparto proporcional que asegure la tercera restricción (la marcada por las celdas a desagregar). Estos ajustes previos se completan con otro paso que consiste en buscar una nueva aproximación de los consumos intermedios, que posteriormente actuará como margen. Es aquí en donde hay que asegurarse de que se cumpla la restricción $\sum_k \underline{z}_{j/k} = \underline{z}_j$. Así se hace el correspondiente reescalado del vector ${}^{D}\underline{\boldsymbol{z}}^{(0c)}$ para que se lograr ${}^{D}\underline{\boldsymbol{z}}^{(0cc)}$.

A partir de aquí se aplica el RAS básico. En lo que se refiere a los ajustes de la demanda final, si esta fuese considerada de forma desagregada por componente se aplicaría el GRAS para dar un trato adecuado a las celdas negativas.

Las distintas rondas de ajuste biproporcional dadas por de filas y columnas se ejecutan mediante la formulación

$${}^{D}\boldsymbol{Z}^{(t+1)} = \boldsymbol{R}({}^{D}\boldsymbol{Z}^{(tcc)})\boldsymbol{S}, t = 1, 2, \ldots \qquad (63)$$

La única excepción es la primera ronda estimativa dado que la matriz ${}^{D}\boldsymbol{Z}^{(0)}$cumple las restricciones del modelo, por lo que solamente se da una corrección.

La solución de la metodología Path-Q-Plus, es reflejada por el proceso de convergencia de esta última fase.

CONCLUSIONES

El crecimiento constante de investigaciones encaminadas a la búsqueda de marcos IRIOs contablemente efectivos, ha llevado al desarrollo de diferentes métodos *non-survey*. Comúnmente, estás técnicas actúan por la vía de metodologías basadas en LQ o enfocadas en el balanceo de matrices con restricciones. Otras estimaciones incluso articulan dos o más métodos, generando mejores efectos contables. Sin embargo, continúan existiendo datos que, si bien concluyen en algunas estructuras territoriales y con cierta información contable, terminan por limitarse en otras dimensiones espaciales y ante la escasez de información, lo que es común en áreas subterritoriales.

Con la articulación de la técnica 2D-LQ y el enfoque de balanceo por restricciones Path-RAS, se constituye el método Path-Q-Plus. Esta propuesta metodológica parte de la base de realizar modelos interregionales a escala local, llegando a niveles más pequeños de los habitualmente tratados en este ámbito científico. Los resultados evidencian las siguientes soluciones:

- El método Path-Q-Plus permite trabajar con matrices de origen y destino rectangulares, recogiendo toda la información contable que normalmente se agrega en IO simétricas.
- Mitiga la sobrestimación, o la subestimación, de los datos en la transición de las tablas IO nacionales a regionales.
- Disminuye la concentración de los datos en la diagonal principal, lo que representa el reconocimiento del intercambio de bienes y servicios entre sectores y regiones.
- Evidencia la eliminación de cuantificaciones erróneas en relación con el *cross-hauling*, considerando la heterogeneidad de los productos.
- Facilita la generalidad del instrumento ante cualquier estudio de regionalización de tablas IO.
- Concluye en la significancia económica del marco IRIO para la creación de políticas y toma de decisiones a una escala subterritorial.

BIBLIOGRAFÍA

Allen, R. I. G., & Lecomber, J. R. C. (1975). *Estimating and Projecting Input- Output Coefficients*. https://books.google.es/books/about/Estimating_and_Projecting_Input_Output_C.html?id=hKSL0AEACAAJ&redir_esc=y

Batten, D., & *Martellato*, D. (1985). Classical versus modern approaches to interregional input-output analysis. *The Annals of Regional Science*, *19*(3), 1–15. https://doi.org/10.1007/BF01294827/METRICS

Bonet-Morón, J., Ricciulli-Marín, D., Pérez-Valbuena, G. J., Galvis-Aponte, L. A., Haddad, E. A., Araújo, I. F., & Perobelli, F. S. (2020). Regional economic impact of COVID-19 in Colombia: An input–output approach. *Regional Science Policy and Practice*, *12*(6), 1123–1150. https://doi.org/10.1111/rsp3.12320

Bonfiglio, A., & Chelli, F. (2008). Assessing the Behaviour of Non-Survey Methods for Constructing Regional Input–Output Tables through a Monte Carlo Simulation. *Economic Systems Research*, *20*(3), 243–258. https://doi.org/10.1080/09535310802344315

Buendía Azorín, J. D., Martínez Alpañez, R., & Sánchez de la Vega, M. del M. (2022a). A new proposal to model regional input–output structures using location quotients. An application to Korean and Spanish regions. *Papers in Regional Science*, *101*(5), 1219–1237. https://doi.org/10.1111/PIRS.12692

Caggiani, L., Ottomanelli, M., & Dell'Orco, M. (2014). Handling uncertainty in Multi Regional Input-Output models by entropy maximization and fuzzy programming. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *71*, 159–172. https://doi.org/10.1016/J.TRE.2014.09.006

Czamanski, S., & Malizia, E. E. (1969). Applicability And Limitations In The Use Of National Input-Output Tables For Regional Studies. *Papers in Regional Science*, *23*(1), 65–78. https://doi.org/10.1111/J.1435-5597.1969.TB01400.X

European system of accounts : ESA 2010. (2013). 652.

European Union. (n.d.). *Programa – Poctefa*. 2021. Retrieved April 21, 2025, from https://www.poctefa.eu/programa/

EUROSTAT. (2008). "European Manual of Supply, Use and Input-Output Tables". Methodologies and Working Papers. *Office for Official Publications of the European Communities*, 455–475.

Fienberg, S. E. (1970). An Iterative Procedure for Estimation in Contingency Tables. *Https://Doi.Org/10.1214/Aoms/1177696968*, *41*(3), 907–917. https://doi.org/10.1214/AOMS/1177696968

Flegg, A. T., Huang, Y., & Tohmo, T. (2013). Cross-hauling and regional input-output tables: the case of the province of Hubei, China. *Working Papers*. https://ideas.repec.org/p/uwe/wpaper/20131310.html

Flegg, A. T., Huang, Y., & Tohmo, T. (2015). Using Charm to Adjust for Cross-Hauling: The Case of the Province of Hubei, China. *Economic Systems Research*, *27*(3), 391–413. https://doi.org/10.1080/09535314.2015.1043516

Flegg, A. T., Lamonica, G. R., Chelli, F. M., Recchioni, M. C., & Tohmo, T. (2021a). A new approach to modelling the input–output structure of regional economies using non-survey methods. *Journal of Economic Structures*, *10*(1), 1–31. https://doi.org/10.1186/S40008-021-00242-8/TABLES/12

Flegg, A. T., Mastronardi, L. J., & Romero, C. A. (2018). Evaluating the FLQ and AFLQ formulae for estimating regional input coefficients: empirical evidence for the province of Córdoba, Argentina. *Economic Systems Research*, *28*(1), 21–37. https://doi.org/10.1080/09535314.2015.1103703

Flegg, A. T., Pereira-López, X., Sánchez-Chóez, N., de la Torre Cuevas, F., & Tohmo, T. (2025). An Examination of Alternative LQ-Based Approaches to Computing Regional Input–Output Coefficients. *Computational Economics*. https://doi.org/10.1007/S10614-025-10923-2

Flegg, A. T., & Tohmo, T. (2011). A comment on Tobias Kronenberg's "Construction of regional input-output tables using nonsurvey methods: the role of cross-hauling." *Working Papers*. https://ideas.repec.org/p/uwe/wpaper/20111111.html

Flegg, A. T., & Tohmo, T. (2016a). Estimating Regional Input Coefficients and Multipliers: The Use of FLQ is Not a Gamble. *Regional Studies*, *50*(2), 310–325. https://doi.org/10.1080/00343404.2014.901499

Flegg, A. T., & Tohmo, T. (2019). The regionalization of national input-output tables: A study of South Korean regions. *Papers in Regional Science*, *98*(2), 601–620. https://doi.org/10.1111/PIRS.12364

Flegg, A. T., & Webber, C. D. (1997). On the Appropriate Use of Location Quotients in Generating Regional Input-Output Tables: Reply. *Regional Studies*, *31*(8), 795–805. https://doi.org/10.1080/713693401

Flegg, A. T., & Webber, C. D. (2000). Regional Size, Regional Specialization and the FLQ Formula. *Regional Studies*, *34*(6), 563–569. https://doi.org/10.1080/00343400050085675

Flegg, A. T., Webber, C. D., & Elliott, M. V. (1995). On the Appropriate Use of Location Quotients in Generating Regional Input—Output Tables. *Regional Studies*, *29*(6), 547–561. https://doi.org/10.1080/00343409512331349173

Flegg, A. T., Webber, C. D., Flegg, A. T., & Webber, C. D. (1997). On the Appropriate Use of Location Quotients in Generating Regional Input-Output Tables: Reply. *Regional Studies*, *31*(8), 795–805. https://doi.org/10.1080/713693401

Fujimoto, T. (2019). Appropriate assumption on cross-hauling national input–output table regionalization. *Spatial Economic Analysis*, *14*(1), 106–128. https://doi.org/10.1080/17421772.2018.1506151

Fukui, S. (2023). Estimating Input Coefficients for Regional Input-Output Tables Using Deep Learning with Mixup. *Computational Economics*. https://doi.org/10.1007/s10614-024-10641-1

Garcia-Hernandez, J. A., & Brouwer, R. (2021). A multiregional input–output optimization model to assess impacts of water supply disruptions under climate change on the Great Lakes economy. *Economic Systems Research*, *33*(4), 509–535. https://doi.org/10.1080/09535314.2020.1805414

Gilchrist, D. A., & Louis, L. V. S. (1999). Completing Input–Output Tables using Partial Information, with an Application to Canadian Data. *Economic Systems Research*, *11*(2), 185–194. https://doi.org/10.1080/09535319900000013

Greytak, D. (1974). Regional interindustry multipliers: An analysis of information. *Regional and Urban Economics*, *4*(2), 163–172. https://doi.org/10.1016/0034-3331(74)90027-X

Guilhoto, J. J. M. (2021). Input–Output Models Applied to Environmental Analysis. *Oxford Research Encyclopedia of Environmental Science*. https://doi.org/10.1093/ACREFORE/9780199389414.013.573

Ha, S. J., Hewings, G., & Turner, K. (2009). An interregional input-output analysis of the pollution content of trade flows and environmental trade balances between five states in the US Mid-West. *Working Papers*. https://ideas.repec.org/p/str/wpaper/0920.html

Haddad, E. A. (2018). Regional inequality and structural changes: Lessons from the brazilian experience. *Regional Inequality and Structural Changes: Lessons from the Brazilian Experience*, 1–209. https://doi.org/10.1201/9780429449406/REGIONAL-INEQUALITY-STRUCTURAL-CHANGES-EDUARDO-HADDAD

Haddad, E. A., Domingues, E. P., & Perobelli, F. S. (2002). Regional effects of economic integration: The case of Brazil. *Journal of Policy Modeling*, *24*(5), 453–482. https://doi.org/10.1016/S0161-8938(02)00125-4

Haddad, E. A., Porsse, A. A., & Rabahy, W. (2013). Domestic tourism and regional inequality in Brazil. *Tourism Economics*, *19*(1), 173–186. https://doi.org/10.5367/TE.2013.0185

Hermannsson, K. (2016). Beyond Intermediates: The Role of Consumption and Commuting in the Construction of Local Input–Output Tables. *Spatial Economic Analysis*, *11*(3), 315–339. https://doi.org/10.1080/17421772.2016.1177194

Hewings, G. J. D., & Fernandez-Vazquez, E. (2019a). Entropy maximization and input–output analysis. *Interdisciplinary Science Reviews*, *44*(3–4), 272–285. https://doi.org/10.1080/03080188.2019.1670429

Hewings, G. J. D., & Fernandez-Vazquez, E. (2019b). Entropy maximization and input–output analysis. *Interdisciplinary Science Reviews*, *44*(3–4), 272–285. https://doi.org/10.1080/03080188.2019.1670429

Holý, V., & Šafr, K. (2023). Disaggregating input–output tables by the multidimensional RAS method: a case study of the Czech Republic. *Economic Systems Research*, *35*(1), 95–117. https://doi.org/10.1080/09535314.2022.2091978

Huang, S., & Koutroumpis, P. (2023). European multi regional input output data for 2008–2018. *Scientific Data 2023 10:1*, *10*(1), 1–9. https://doi.org/10.1038/s41597-023-02117-y

Huang, Y., Flegg, A. T., & Tohmo, T. (2014). Cross-Hauling and Regional Input-Output Tables: The Case of the Province of Hubei, China. *Working Papers*. https://ideas.repec.org/p/rri/wpaper/2014wp03.html

Ihara, T. (1979). An Economic Analysis of Interregional Commodity Flows. *Environment and Planning A*, *11*(10), 1115–1128. https://doi.org/10.1068/A111115

Isard, W. (1951). Interregional and Regional Input-Output Analysis: A Model of a Space-Economy. *The Review of Economics and Statistics*, *33*(4), 318. https://doi.org/10.2307/1926459

Isard, Walter. (1956). *Location and space-economy : a general theory relating to industrial location, market areas, land use, trade, and urban structure*. 350.

Jackson, R. W., & Schwarm, W. R. (2011). Accounting foundations for interregional commodity-by-industry input-output models. *Letters in Spatial and Resource Sciences*, *4*(3), 187–196. https://doi.org/10.1007/S12076-011-0066-8

Jahn, M. (2017). Extending the FLQ formula: a location quotient-based interregional input–output framework. *Regional Studies*, *51*(10), 1518–1529. https://doi.org/10.1080/00343404.2016.1198471

Jahn, M., Flegg, A. T., & Tohmo, T. (2020). Testing and implementing a new approach to estimating interregional output multipliers using input–output data for South Korean regions. *Spatial Economic Analysis*, *15*(2), 165–185. https://doi.org/10.1080/17421772.2020.1720918

Judge, G. G. . (1996). *Maximum entropy econometrics : robust estimation with limited data*. 256. https://www.wiley.com/en-us/Maximum+Entropy+Econometrics%3A+Robust+Estimation+with+Limited+Data-p-9780471953111

Junius, T., & Oosterhaven, J. (2003). The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries. *Economic Systems Research*, *15*(1), 87–96. https://doi.org/10.1080/0953531032000056954

Kowalewksi, J. (2015a). Regionalization of National Input–Output Tables: Empirical Evidence on the Use of the FLQ Formula. *Regional Studies*, *49*(2), 240–250. https://doi.org/10.1080/00343404.2013.766318

Kowalewksi, J. (2015b). Regionalization of National Input–Output Tables: Empirical Evidence on the Use of the FLQ Formula. *Regional Studies*, *49*(2), 240–250. https://doi.org/10.1080/00343404.2013.766318

Kronenberg, T. (2009a). Construction of Regional Input-Output Tables Using Nonsurvey Methods. *International Regional Science Review*, *32*(1), 40–64. https://doi.org/10.1177/0160017608322555

Kronenberg, T. (2009b). Construction of regional input-output tables using nonsurvey methods: The role of cross-hauling. *International Regional Science Review*, *32*(1), 40–64. https://doi.org/10.1177/0160017608322555

Kronenberg, T. (2012). Regionale Input-Output-Modelle und die Verbuchung der Importe im Europäischen System Volkswirtschaftlicher Gesamtrechnungen (ESVG). *Jahrbuch Fur Regionalwissenschaft*, *32*(2), 175–191. https://doi.org/10.1007/S10037-012-0065-2/TABLES/5

Kronenberg, & Tobias. (2011). Regional input-output models and the treatment of imports in the European System of Accounts. *MPRA Paper*. https://ideas.repec.org/p/pra/mprapa/30797.html

Kwon, H., & Choi, S. G. (2024). An alternative approach to estimating regional input–output tables: the KFLQ method. *Annals of Regional Science*, *72*(2), 561–578. https://doi.org/10.1007/S00168-023-01211-8/TABLES/9

Lahr, M. L. (1993a). A Review of the Literature Supporting the Hybrid Approach to Constructing Regional Input-Output Models. *Economic Systems Research*, *5*(3), 277–293. https://doi.org/10.1080/09535319300000023

Lahr, M. L. (1993b). A Review of the Literature Supporting the Hybrid Approach to Constructing Regional Input-Output Models. *Economic Systems Research*, *5*(3), 277–293. https://doi.org/10.1080/09535319300000023

Lamonica, G. R., & Chelli, F. M. (2018a). The performance of non-survey techniques for constructing sub-territorial input-output tables. *Papers in Regional Science*, *97*(4), 1169–1202. https://doi.org/10.1111/PIRS.12297

Lamonica, G. R., & Chelli, F. M. (2018b). The performance of non-survey techniques for constructing sub-territorial input-output tables. *Papers in Regional Science*, *97*(4), 1169–1203. https://doi.org/10.1111/PIRS.12297

Lamonica, G. R., Recchioni, M. C., Chelli, F. M., & Salvati, L. (2020). The efficiency of the cross-entropy method when estimating the technical coefficients of input–output tables. *Spatial Economic Analysis*, *15*(1), 62–91. https://doi.org/10.1080/17421772.2019.1615634

Lampiris, G., Karelakis, C., & Loizou, E. (2020). Comparison of non-survey techniques for constructing regional input–output tables. *Annals of Operations Research*, *294*(1–2), 225–266. https://doi.org/10.1007/S10479-019-03337-5/TABLES/4

Lenzen, M., Gallego, B., & Wood, R. (2009). MATRIX BALANCING UNDER CONFLICTING INFORMATION. *Economic Systems Research*, *21*(1), 23–44. https://doi.org/10.1080/09535310802688661

Lenzen, M., & Rueda-Cantuche, J. M. (2012). A note on the use of supply-use tables in impact analyses. *SORT*, *36*(2), 139–152. https://upcommons.upc.edu/handle/2099/13317

Lenzen, M., Wood, R., & Gallego, B. (2007). Some comments on the GRAS method. *Economic Systems Research*, *19*(4), 461–465. https://doi.org/10.1080/09535310701698613

Leontief, W. W. (1936). Quantitative Input and Output Relations in the Economic Systems of the United States. *The Review of Economics and Statistics*, *18*(3), 105. https://doi.org/10.2307/1927837

Leontief, W. W. (1941). The Structure of the American Economy, 1919–1929. By Wassily W. Leontief. Cambridge: Harvard University Press, 1941. Pp. xi, 181. $2.50. *The Journal of Economic History*, *1*(2), 246–246. https://doi.org/10.1017/S0022050700053158

Leontief, Wassily. (1986). *Input-output economics*. 436. https://books.google.com/books/about/Input_output_Economics.html?hl=es&id=hBDEXblq6HsC

López, X. P., & de la Torre Cuevas, F. (2023). An alternative for tracing the path between supply and use tables in current and constant prices. *Structural Change and Economic Dynamics*, *67*, 293–302. https://doi.org/10.1016/J.STRUECO.2023.08.008

López, X. P., Incera, A. C., & Fernández, M. F. (2013). Advances in updating Input-Output Tables: Its relevance for the analysis of Regional Economies. *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, (33), 3–12. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=514351885001

Mardones, C., & Silva, D. (2021). Estimation of regional input coefficients and output multipliers for the regions of Chile. *Papers in Regional Science*, *100*(4), 875–890. https://doi.org/10.1111/PIRS.12603

Mardones, C., & Silva, D. (2023). Evaluation of Non-survey Methods for the Construction of Regional Input–Output Matrices When There is Partial Historical Information. *Computational Economics*, *61*(3), 1173–1205. https://doi.org/10.1007/S10614-022-10241-X/TABLES/8

Martellato, D. (1982). *The Tuscany Interregional Input-Output Model (TIM): Mathematical Structure and Preliminary Results*.

Martínez-Alpañez, R., Buendía-Azorín, J. D., & Sánchez-de-la-Vega, M. del M. (2023a). A New Improvement Proposal to Estimate Regional Input–Output Structure Using the 2D-LQ Approach. *Economies 2023, Vol. 11, Page 20*, *11*(1), 20. https://doi.org/10.3390/ECONOMIES11010020

Mastronardi, L. J., Romero, C. A., & González, S. N. (2022). Interregional analysis using a bi-regional input-output matrix for Argentina. *Investigaciones Regionales*, *2022*(53), 135–156. https://doi.org/10.38191/IIRR-JORR.22.014

Measuring the Non-Observed Economy: A Handbook. (2002). *Measuring the Non-Observed Economy: A Handbook*. https://doi.org/10.1787/9789264175358-EN

Miller, R. E. ., & Blair, P. D. . (2009a). *Input-output analysis : foundations and extensions*. 750.

Miller, R. E., & Blair, P. D. (1997). Foundations and extensions. *Input-Output Analysis*, 10–68. https://books.google.com/books/about/Input_Output_Analysis.html?hl=es&id=SmFUl-6X1FUC

Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009b). Input-output analysis: Foundations and extensions, second edition. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, Second Edition*, 1–750. https://doi.org/10.1017/CBO9780511626982

Miller, R. E., & Blair, P. D. (2022a). Input-Output Analysis: Foundations and Extensions. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, Third Edition*, 1–812. https://doi.org/10.1017/9781108676212

Mínguez, R., Oosterhaven, J., & Escobedo, F. (2009a). Cell-corrected RAS method (CRAS) for updating or regionalizing an input-output matrix. *Journal of Regional Science*, *49*(2), 329–348. https://doi.org/10.1111/J.1467-9787.2008.00594.X

Office, UN. S. (1953). *A system of national accounts and supporting tables*. UN,. https://digitallibrary.un.org/record/3901219

Pereira López, X., De La, F., & Cuevas, T. (2023). *An alternative for tracing the path between supply and use tables in current and constant prices*. https://doi.org/10.1016/j.strueco.2023.08.008

Pereira López, X., Quiñoa López, X. L., & Carrascal Incera, A. (2012). Actualización de la Inversa de Leontief mediante el método RAS. *Anales de ASEPUMA, ISSN-e 2171-892X, No. 20, 2012*, *20*, 1. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6043307&info=resumen&idioma=ENG

Pereira-López, X., Carrascal-Incera, A., & Fernández-Fernández, M. (2020). A bidimensional reformulation of location quotients for generating input–output tables. *Spatial Economic Analysis*, *15*(4), 476–493. https://doi.org/10.1080/17421772.2020.1729996

Pereira-López, X., & Rueda-Cantuche, J. M. (2013). *Métodos de actualización global de tablas input-output con información limitada: su importancia para el análisis regional*. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=OZ7DK1sAAAAJ&cstart=20&pagesize=80&citation_for_view=OZ7DK1sAAAAJ:BwyfMAYsbu0C

Pereira-López, X., Sánchez-Chóez, N. G., & Fernández-Fernández, M. (2021). Performance of bidimensional location quotients for constructing input–output tables. *Journal of Economic Structures*, *10*(1), 1–16. https://doi.org/10.1186/S40008-021-00237-5/TABLES/1

Richardson, H. W. (1978). The State of Regional Economics: A Survey Article. *International Regional Science Review*, *3*(1), 1–48. https://doi.org/10.1177/016001767800300101

Robinson, S., & El-Said, M. (2000). *GAMS code for estimating a Social Accounting Matrix (SAM) using cross entropy methods (CE)*. International Food Policy Research Institute. https://hdl.handle.net/10568/155905

Samuelson, P. A. ., & Nordhaus, W. D. . (1970). *Economics*. 776.

Sánchez-Chóez, N. G., Pereira-López, X., Fernández-Fernández, M., Sánchez-Chóez, N. G., Pereira-López, X., & Fernández-Fernández, M. (2022a). A modification of the Cross-Industry Location Quotient for Projecting Sub-Territorial Input-Output Tables. *Revista de Economía Mundial*, *62*(62), 25–50. https://doi.org/10.33776/REM.VI62.5130

Schaffer, W. A., & Chu, K. (1969a). Nonsurvey Techniques For Constructing Regional Interindustry Models. *Papers in Regional Science*, *23*(1), 83–104. https://doi.org/10.1111/J.1435-5597.1969.TB01403.X

Schaffer, W. A., & Chu, K. (1969b). Nonsurvey Techniques For Constructing Regional Interindustry Models. *Papers in Regional Science*, *23*(1), 83–104. https://doi.org/10.1111/J.1435-5597.1969.TB01403.X

Sengupta, J. K. (1992). The maximum entropy approach in production frontier estimation. *Mathematical Social Sciences*, *25*(1), 41–57. https://doi.org/10.1016/0165-4896(92)90024-Y

Statistics, R., & Norbert, S. (n.d.). *Methods for regionalizing input-output tables*. Retrieved April 6, 2025, from https://www.academia.edu/15478144/Methods_for_regionalizing_input_output_tables

Stevens, B. H. ., Treyz, George., & Lahr, Michael. (1988). *On the comparative accuracy of RPC estimating techniques*. 20. https://books.google.com/books/about/On_the_Comparative_Accuracy_of_RPC_Estim.html?hl=es&id=9TiuAAAACAAJ

Stone, R., & Brown, A. (1962). *A computable model of economic growth*. London : Chapman & Hall. https://www.econbiz.de/Record/a-computable-model-of-economic-growth-stone-richard/10003503663

Szabó, N. (2015). Methods for regionalizing input-output tables. *Regional Statistics*, *5*(1), 44–65. https://doi.org/10.15196/RS05103

Temursho, U. (2021). On the Euro method. *Economic Systems Research*, *33*(2), 250–275. https://doi.org/10.1080/09535314.2020.1772727

Temurshoev, U., Miller, R. E., & Bouwmeester, M. C. (2013). A NOTE ON THE GRAS METHOD. *Economic Systems Research*, *25*(3), 361–367. https://doi.org/10.1080/09535314.2012.746645

Temurshoev, U., & Timmer, M. P. (2011). Joint estimation of supply and use tables. *Papers in Regional Science*, *90*(4), 863–882. https://doi.org/10.1111/J.1435-5957.2010.00345.X

Temurshoev, U., Yamano, N., & Webb, C. (2011). Projection of Supply and Use Tables: Methods and their Empirical Assessment. *SSRN Electronic Journal*. https://doi.org/10.2139/SSRN.1539089

ten Raa, T., & Rueda-Cantuche, J. M. (2013). The problem of negatives generated by the commodity technology model in input-output analysis: A review of the solutions. *Journal of Economic Structures*, *2*(1), 1–14. https://doi.org/10.1186/2193-2409-2-5

Többen, J., & Kronenberg, T. H. (2015). CONSTRUCTION OF MULTI-REGIONAL INPUT–OUTPUT TABLES USING THE CHARM METHOD. *Economic Systems Research*, *27*(4), 487–507. https://doi.org/10.1080/09535314.2015.1091765

Tohmo, T. (2025). The KFLQ revisited: estimating regional input–output tables for regions in South Korea. *Annals of Regional Science*, *74*(1), 1–24. https://doi.org/10.1007/S00168-024-01345-3/TABLES/14

Torre Cuevas, F., Pereira López, X., & López, E. (2023). *Expanding hybrid approaches to construct (inter)regional input-output models*. https://www.researchgate.net/publication/377355974_Expanding_hybrid_approaches_to_construct_interregional_input-output_models

Ueda, T., & Kunimitsu, Y. (2017). Economic and environmental impacts of agricultural and rural development projects in Japan: evidence from an interregional input–output analysis. *Asia-Pacific Journal of Regional Science*, *1*(2), 399–426. https://doi.org/10.1007/S41685-017-0044-2/METRICS

United Nations Department of Economic and Social Affairs. (1999). *National Accounts Statistics: Main Aggregates and Detailed Tables 1998*. https://doi.org/10.18356/9789211558685

United Nations, S. (1968). *A system of national accounts*. UN,. https://digitallibrary.un.org/record/479799

United States, & IMF. (1993). *System of National Accounts*. https://www.imf.org/en/Publications/Books/Issues/2016/12/30/System-of-National-Accounts-1993-575

Wiedmann, T., Lenzen, M., Turner, K., & Barrett, J. (2007). Examining the global environmental impact of regional consumption activities — Part 2: Review of input–output models for the assessment of environmental impacts embodied in trade. *Ecological Economics*, *61*(1), 15–26. https://doi.org/10.1016/J.ECOLECON.2006.12.003

Wilson, A. G. (1970a). Inter-regional Commodity Flows: Entropy Maximizing Approaches. *Geographical Analysis*, *2*(3), 255–282. https://doi.org/10.1111/J.1538-4632.1970.TB00859.X

Wilson, A. G. (1970b). Inter-regional Commodity Flows: Entropy Maximizing Approaches. *Geographical Analysis*, *2*(3), 255–282. https://doi.org/10.1111/J.1538-4632.1970.TB00859.X

Zheng, H., Többen, J., Dietzenbacher, E., Moran, D., Meng, J., Wang, D., & Guan, D. (2022). Entropy-based Chinese city-level MRIO table framework. *Economic Systems Research*, *34*(4), 519–544. https://doi.org/10.1080/09535314.2021.1932764

NORMAS PARA OS AUTORES

1. Para que un traballo sexa considerado para a súa publicación como Documento de Traballo debe ser presentado previamente no ciclo de seminarios do IDEGA, de forma presencial ou telemática. Os autores deben poñerse en contacto co IDEGA para valorar e súa idoneidade e fixar a data (mariadolores.tunas@usc.es).

2. Despois da presentación nun seminario, os autores enviarán os seus traballos por correo electrónico á dirección mariadolores.tunas@usc.es, en formato PDF e WORD, e axustándose ás normas de edición que se citan nos seguintes puntos, para que sexan remitidos aos editores.

3. Cada texto deberá ir precedido dunha páxina que conteña o título do traballo e o nome do autor(es), as súas filiacións, dirección, números de teléfono e correo electrónico. Así mesmo, farase constar o autor de contacto no caso de varios autores. Os agradecementos e mencións a axudas financeiras incluiranse nesta páxina, na que tamén se fará mención a que o traballo foi presentado no ciclo de seminarios do IDEGA. En páxina a parte, incluirase un breve resumo na lingua na que estea escrito o traballo e outro en inglés, dun máximo de 200 palabras, así como as palabras clave e a clasificación JEL.

4. A lista de referencias bibliográficas debe incluír soamente publicacións citadas no texto. As referencias irán ó final do artigo baixo o epígrafe Bibliografía, ordenadas alfabeticamente por autores e de acordo coa seguinte orde: Apelido, inicial do Nome, Ano de Publicación entre parénteses e distinguindo a, b, c, en caso de máis dunha obra do mesmo autor no mesmo ano, Título do Artigo (entre aspas) ou Libro (cursiva), Nome da Revista (cursiva) en caso de artigo de revista, Lugar de Publicación en caso de libro, Editorial en caso de libro, Número da Revista e Páxinas.

5. As notas irán numeradas correlativamente incluíndose o seu contido a pé de páxina e a espazo sinxelo.

6. Os cadros, gráficos, etc. irán inseridos no texto e numerados correlativamente incluíndo o seu título e fontes.

7. O IDEGA confirmará por correo electrónico ó autor de contacto a recepción de orixinais.

8. Para calquera consulta ou aclaración sobre a situación dos orixinais os autores poden dirixirse ó correo electrónico do punto 2.

9. No caso de publicar unha versión posterior do traballo nalgunha revista científica, os autores comprométense a citar ben na bibliografía, ben na nota de agradecementos, que unha versión anterior se publicou como documento de traballo do IDEGA.